

Fizyka i astronomia

Poziom rozszerzony

1. a) 1 pkt za obliczenie przyspieszenia

0-16

$$\Delta s_6 = 11 \text{ m}, \quad \Delta s_6 = s_6 - s_5, \quad \Delta s_6 = \frac{at_6^2}{2} - \frac{at_5^2}{2}, \quad \Delta s_6 = \frac{a(t_6^2 - t_5^2)}{2}$$

$$a = \frac{2 \cdot \Delta s_6}{t_6^2 - t_5^2}, \quad a = \frac{2 \cdot 11 \text{ m}}{(6 \text{ s})^2 - (5 \text{ s})^2}, \quad a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

- b) 1 pkt za obliczenie drogi w pierwszej sekundzie ruchu

$$s_1 = \frac{at_1^2}{2}, \quad s_1 = \frac{2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (1 \text{ s})^2}{2}, \quad s_1 = 1 \text{ m}$$

- c) 1 pkt za obliczenie drogi przebytej w ciągu pierwszych pięciu sekund ruchu

$$s_5 = \frac{at_5^2}{2}, \quad s_5 = \frac{2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (5 \text{ s})^2}{2}, \quad s_5 = 25 \text{ m}$$

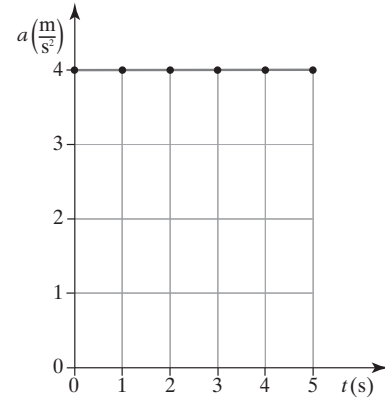
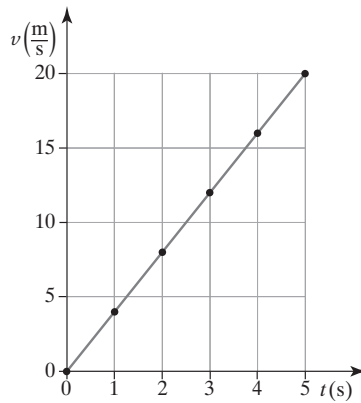
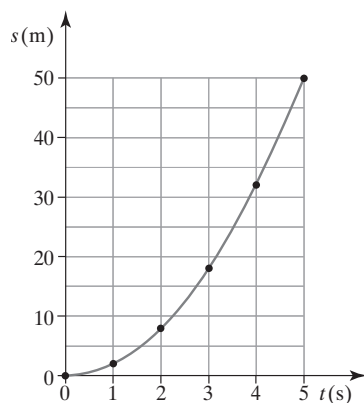
- d) 1 pkt za obliczenie drogi przebytej przez samochód w ciągu kolejnych pięciu sekund ruchu

$$\Delta s = s_{10} - s_5, \quad \Delta s = \frac{at_{10}^2}{2} - \frac{at_5^2}{2}, \quad \Delta s = \frac{a(t_{10}^2 - t_5^2)}{2}, \quad \Delta s = \frac{2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} [(10 \text{ s})^2 - (5 \text{ s})^2]}{2} = 75 \text{ m}$$

- e) 3 pkt, po 1 pkt za poprawne uzupełnienie każdego wiersza tabeli

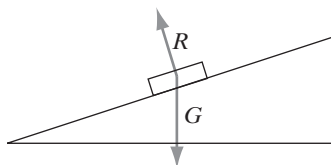
Czas	1 s	2 s	3 s	4 s	5 s
Droga	2 m	8 m	18 m	32 m	50 m
Prędkość	$4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
Przyspieszenie	$4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	$4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	$4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	$4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	$4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

- f), g), h) po 3 pkt za narysowanie każdego wykresu: po 1 pkt za właściwe opisanie i wyskalowanie osi, 1 pkt za właściwy wykres



2. a) 1 pkt za odpowiedź:
 – siła ciężkości
 – siła reakcji podłoża
 1 pkt za wykonanie rysunku

0–8



- b) 1 pkt za obliczenie przyspieszenia

$$a = \frac{F_s}{m}, \quad a = \frac{mg \sin \alpha}{m}, \quad a = g \sin \alpha, \quad a = g \sin 30^\circ, \quad a = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{1}{2} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

- c) 1 pkt za wyprowadzenie zależności

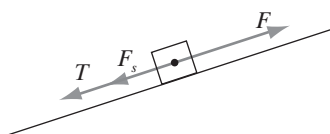
$$f_s = \frac{T}{F_n}, \quad f_s = \frac{F_s}{F_n}, \quad f_s = \frac{mg \sin \alpha}{mg \cos \alpha}, \quad f_s = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \quad f_s = \tan \alpha$$

- d) 1 pkt za obliczenie przyspieszenia

$$a = \frac{F_s - T_k}{m}, \quad a = \frac{mg \sin \alpha - f mg \cos \alpha}{m}, \quad a = g (\sin \alpha - f \cos \alpha)$$

$$a = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (\sin 30^\circ - f \cos 30^\circ), \quad a = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \left(\frac{1}{2} - 0,15 \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \approx 3,7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

- e) 1 pkt za obliczenie siły
 1 pkt za wykonanie rysunku



$$\vec{F}_s + \vec{T} + \vec{F} = 0, \quad F_s + T = F,$$

$$F = mg \sin \alpha + f mg \cos \alpha, \quad F = mg (\sin \alpha + f \cos \alpha)$$

$$F = 0,3 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \left(\frac{1}{2} + 0,15 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \approx 1,9 \text{ N}$$

- f) 1 pkt za obliczenie prędkości ciała

$$E_k - W = E_p, \quad \frac{mv^2}{2} = mgh + Tl$$

$$v^2 = 2gh + \frac{2Tl}{m}, \quad T = f mg \cos \alpha, \quad h = l \sin \alpha, \quad v^2 = 2gh + 2f gl \cos \alpha$$

$$v^2 = 2gl \sin \alpha + 2f gl \cos \alpha, \quad v^2 = 2gl (\sin \alpha + f \cos \alpha)$$

$$v = \sqrt{2gl (\sin \alpha + f \cos \alpha)}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1 \text{ m} \left(\frac{1}{2} + 0,15 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right)} \approx \sqrt{12,6} \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 3,55 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

3. a) 1 pkt za obliczenie siły wyporu
 $F_w = P_1 - P_2, \quad F_w = 4,8 \text{ N} - 4,4 \text{ N} = 0,4 \text{ N}$
 b) 1 pkt za obliczenie objętości tańcucha

0–7

$$F_w = V \rho_w g$$

$$V = \frac{F_w}{\rho_w g}, \quad V = \frac{0,4 \text{ N}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

- c) 1 pkt za zapisanie równań określających ciężar i objętość stopu

$$P_1 = m_z g + m_s g$$

$$V = \frac{m_z}{\rho_z} + \frac{m_s}{\rho_s}$$

1 pkt za wyprowadzenie wzoru na masę srebra

$$m_z = \frac{P_1 - m_s g}{g}$$

$$V = \frac{P_1 - m_s g}{\rho_z g} + \frac{m_s}{\rho_s}$$

$$V \rho_z \rho_s g = P_1 \rho_s - m_s \rho_s g + m_s \rho_z g, \quad V \rho_z \rho_s g - P_1 \rho_s = m_s g (\rho_z - \rho_s)$$

$$m_s = \frac{\rho_s (V \rho_z g - P_1)}{g (\rho_z - \rho_s)}$$

1 pkt za obliczenie masy srebra

$$m_s = \frac{10490 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left(4 \cdot 10^{-5} \text{m}^3 \cdot 19280 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 4,8 \text{N} \right)}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \left(19280 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 10490 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)} \approx 0,35 \text{ kg}$$

d) 1 pkt za obliczenie masy złota

$$m_z = \frac{P_1}{g} - m_s, \quad m_z = \frac{4,8 \text{N}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} - 0,35 \text{ kg} = 0,13 \text{ kg}$$

e) 1 pkt za obliczenie zawartości procentowej złota w łańcuchu

$$p = \frac{m_z}{m}, \quad p = \frac{0,13 \text{ kg}}{0,48 \text{ kg}} \approx 0,27, \quad p \approx 27\%$$

4. a) 1 pkt za obliczenie oporu zastępczego oporników R_1, R_2, R_3

0–10

$$\frac{1}{R_{z1}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}, \quad \frac{1}{R_{z1}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R}, \quad \frac{1}{R_{z1}} = \frac{3}{R}$$

$$R_{z1} = \frac{R}{3}, \quad R_{z1} = \frac{3\Omega}{3} = 1\Omega$$

b) 1 pkt za obliczenie oporu zastępczego oporników R_1, R_2, R_3, R_4

$$R_{z2} = R_{z1} + R_4, \quad R_{z2} = 1\Omega + 3\Omega = 4\Omega$$

c) 1 pkt za obliczenie natężenia prądu płynącego przez opornik R_1

$$I_4 R_{z2} = \mathcal{E} - I_4 r, \quad I_4 = \frac{\mathcal{E}}{R_{z2} + r}, \quad I_4 = \frac{24 \text{V}}{4\Omega + 1\Omega} = 4,8 \text{ A}$$

1 pkt za obliczenie natężenia prądu płynącego przez oporniki R_2, R_3, R_4

$$I_4 = I_1 + I_2 + I_3, \quad I_1 R_1 = I_2 R_2 = I_3 R_3, \quad R_1 = R_2 = R_3$$

$$I_1 = I_2 = I_3, \quad I_4 = 3I_1, \quad I_1 = \frac{I_4}{3}, \quad I_1 = \frac{4,8 \text{ A}}{3} = 1,6 \text{ A}$$

d) 1 pkt za obliczenie mocy wydzielonej na oporniku R_1

$$P_1 = U_1 I_1, \quad P_1 = I_1^2 R_1, \quad P_1 = (1,6 \text{ A})^2 \cdot 3\Omega = 7,68 \text{ W},$$

1 pkt za obliczenie mocy wydzielonej na oporniku R_2

$$P_2 = U_2 I_2, \quad P_2 = I_2^2 R_2, \quad P_2 = (1,6 \text{ A})^2 \cdot 3\Omega = 7,68 \text{ W},$$

1 pkt za obliczenie mocy wydzielonej na oporniku R_3

$$P_3 = U_3 I_3, \quad P_3 = I_3^2 R_3, \quad P_3 = (1,6 \text{ A})^2 \cdot 3\Omega = 7,68 \text{ W}$$

1 pkt za obliczenie mocy wydzielonej na oporniku R_4

$$P_4 = U_4 I_4, \quad P_4 = I_4^2 R_4, \quad P_4 = (4,8 \text{ A})^2 \cdot 3\Omega = 69,12 \text{ W}$$

e) 1 pkt za obliczenie mocy wydzielonej w obwodzie

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4$$

$$P = 7,68 \text{ W} + 7,68 \text{ W} + 7,68 \text{ W} + 69,12 \text{ W} = 92,16 \text{ W}$$

lub

$$P = UI, \quad U = \mathcal{E} - Ir, \quad P = (\mathcal{E} - Ir)I$$

$$P = (24 \text{ V} - 4,8 \text{ A} \cdot 1\Omega) \cdot 4,8 \text{ A} = 92,16 \text{ W}$$

f) 1 pkt za obliczenie pracy prądu elektrycznego

$$W = UI t, \quad W = I^2 R t, \quad W = (4,8 \text{ A})^2 \cdot 3\Omega \cdot 600 \text{ s} = 41472 \text{ J}$$

Możliwy jest inny poprawny sposób obliczenia mocy.

5. 1 pkt za podanie odpowiedzi: $Q = 0$, ponieważ w przemianie adiabatycznej nie zachodzi wymiana ciepła z otoczeniem 0–11

a) 1 pkt za napisanie zależności:

$$\Delta E_w = mc_v(T_2 - T_1)$$

1 pkt za zastosowanie równania Clapeyrona do wyznaczenia temperatur

$$p_1 V_1 = \frac{m}{\mu} RT_1, \quad T_1 = \frac{p_1 V_1 \mu}{mR}$$

$$p_2 V_2 = \frac{m}{\mu} RT_2, \quad T_2 = \frac{p_2 V_2 \mu}{mR}$$

1 pkt za zastosowanie prawa przemiany adiabatycznej

$$p_1 V_1^\kappa = p_2 V_2^\kappa, \quad p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\kappa$$

1 pkt za wyznaczenie T_2

$$T_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\kappa \frac{V_2 \mu}{mR}$$

1 pkt za napisanie zależności pozwalającej obliczyć energię wewnętrzną

$$\Delta E_w = mc_v \left(p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\kappa \frac{V_2 \mu}{mR} - \frac{p_1 V_1 \mu}{mR} \right), \quad \Delta E_w = \frac{mc_v p_1 \mu}{mR} \left(\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\kappa V_2 - V_1 \right)$$

$$\Delta E_w = \frac{c_v p_1 \mu}{R} \left(\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\kappa V_2 - V_1 \right)$$

b) 1 pkt za zastosowanie I zasady termodynamiki

$$\Delta E_w = W + Q, \text{ w przemianie adiabatycznej } Q = 0, \quad \Delta E_w = W$$

c) 1 pkt za napisanie zależności

$$W = p \Delta V, \quad W = p_1 (V_2 - V_1)$$

d) 1 pkt za napisanie zależności pozwalającej obliczyć ciepło wymienione z otoczeniem

$$Q = mc_p (T_2 - T_1), \quad T_1 = \frac{p_1 V_1 \mu}{mR}, \quad T_2 = \frac{p_1 V_2 \mu}{mR}$$

$$Q = \frac{mc_p p_1 \mu}{mR} (V_2 - V_1), \quad Q = \frac{c_p p_1 \mu}{R} (V_2 - V_1)$$

1 pkt za odpowiedź: $V_2 < V_1$, $Q < 0$

e) 1 pkt za zastosowanie I zasady termodynamiki

$$\Delta E_w = W + Q, \quad Q < 0, \quad \Delta E_w = W - Q$$

6. a) 1 pkt za zapisanie prawa Hooke'a 0–9

$$\frac{F}{S} = E \frac{\Delta l}{l}, \quad S = \frac{\pi d^2}{4}, \quad F = E \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{\Delta l}{l_0}$$

1 pkt za obliczenie siły

$$F = 4 \cdot 10^8 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot \frac{3,14 (2,5 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2 \cdot 0,1 \text{ m}}{4 \cdot 2 \text{ m}} = 106,25 \text{ N}$$

b) 1 pkt za napisanie zależności na okres drgań oraz:

$$k = m\omega^2, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}, \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

1 pkt za napisanie zależności na współczynnik sprężystości

$$F = -k \Delta l, \quad F = E \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{\Delta l}{l_0}, \quad k = E \frac{\pi d^2}{4l_0}$$

1 pkt za napisanie zależności na okres drgań

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{4ml_0}{\pi d^2 E}}, \quad T = 4\pi \sqrt{\frac{ml_0}{\pi d^2 E}}, \quad T = \frac{4}{d} \sqrt{\frac{\pi ml_0}{E}}$$

1 pkt za obliczenie okresu drgań

$$T = \frac{4}{2,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}} \sqrt{\frac{\pi 0,1 \text{ kg} \cdot 2 \text{ m}}{4 \cdot 10^8 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}} \approx 0,06 \text{ s}$$

c) 1 pkt za obliczenie liczby pełnych drgań, wykonanych w ciągu 1 min

$$T = \frac{t}{n}, \quad n = \frac{t}{T}, \quad n = \frac{60 \text{ s}}{0,06 \text{ s}} = 1000$$

d) 1 pkt za napisanie zależności, jak musiałaby się zmienić średnica linki, aby okres drgań układu wzrósł n razy

$$T = \frac{4}{d} \sqrt{\frac{\pi m l_0}{E}}$$

$$T_1 = nT, \quad T_1 = \frac{4}{d_1} \sqrt{\frac{\pi m l_0}{E}}$$

$$\frac{T_1}{T} = \frac{\frac{4}{d_1} \sqrt{\frac{\pi m l_0}{E}}}{\frac{4}{d} \sqrt{\frac{\pi m l_0}{E}}}, \quad n = \frac{d}{d_1}, \quad d_1 = \frac{d}{n}$$

e) 1 pkt za napisanie zależności, jak zmieniłaby się wówczas siła, która spowoduje takie samo wydłużenie jak w pytaniu d

$$F = E \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{\Delta l}{l_0}$$

$$d_1 = \frac{d}{n}$$

$$F_1 = E \frac{\pi d_1^2}{4} \cdot \frac{\Delta l}{l_0}$$

$$\frac{F_1}{F} = \frac{E \frac{\pi d_1^2}{4} \cdot \frac{\Delta l}{l_0}}{E \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{\Delta l}{l_0}}, \quad \frac{F_1}{F} = \frac{d_1^2}{d^2}, \quad \frac{F_1}{F} = \frac{1}{n^2}$$

$$F_1 = \frac{F}{n^2}$$

7. a) 1 pkt za napisanie zależności między przyspieszeniem grawitacyjnym przy powierzchni Marsa a przyspieszeniem grawitacyjnym przy powierzchni Ziemi 0–12

$$g_M = \frac{GM_M}{R_M^2}, \quad g_M = \frac{G \cdot 0,107M_Z}{(0,533R_Z)^2}$$

1 pkt za obliczenie wartości przyspieszenia grawitacyjnego Marsa

$$g_M = 0,38 \frac{GM_Z}{R_Z^2}, \quad g_Z = \frac{GM_Z}{R_Z^2}, \quad g_M = 0,38g_Z, \quad g_M = 0,38 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \quad g_M = 3,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

b) 1 pkt za napisanie zależności określającej prędkość Marsa w ruchu orbitalnym

$$v_M = \sqrt{\frac{GM_S}{l_M}}, \quad v_M = \sqrt{\frac{GM_S}{1,523l_Z}}, \quad v_M = v_Z \sqrt{\frac{1}{1,523}}$$

1 pkt za obliczenie prędkości Marsa w ruchu orbitalnym

$$v_M = 0,81v_Z, \quad v_M = 0,81 \cdot 30 \frac{\text{km}}{\text{s}} = 24,3 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

c) 1 pkt za wyprowadzenie zależności określającej promień orbity *Phobosa*

$$v_{Ph} = \frac{2\pi l_{Ph}}{T_{Ph}}, \quad l_{Ph} = \frac{v_{Ph} T_{Ph}}{2\pi}$$

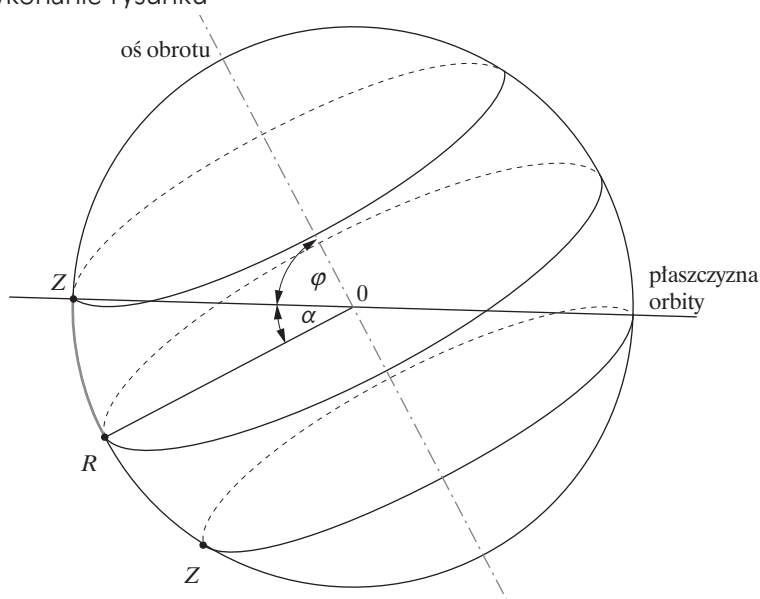
1 pkt za wyprowadzenie zależności określającej średnią prędkość, z jaką naturalny satelita Marsa, *Phobos*, obiega macierzystą planetę

$$v_{Ph} = \sqrt{\frac{GM_M}{l_{Ph}}}, \quad v_{Ph} = \sqrt{\frac{GM_M \cdot 2\pi}{v_{Ph} T_{Ph}}}, \quad v_{Ph}^2 = \frac{2\pi GM_M}{v_{Ph} T_{Ph}}, \quad v_{Ph}^3 = \frac{2\pi GM_M}{T_{Ph}}, \quad v_{Ph} = \sqrt[3]{\frac{2\pi GM_M}{T_{Ph}}}$$

d) 1 pkt za odpowiedź: na Marsie obserwujemy podobną zmianę pór roku jak na Ziemi

1 pkt za uzasadnienie: jest to możliwe ze względu na bardzo zbliżony kąt nachylenia osi obrotu do płaszczyzny orbity, zmiany te mają inny charakter z powodu innej temperatury powierzchni oraz braku roślinności i atmosfery

e) 1 pkt za wykonanie rysunku



1 pkt za obliczenie kąta α

$$\alpha = 90^\circ - \varphi, \quad \alpha = 90^\circ - 66^\circ, \quad \alpha = 24^\circ$$

1 pkt za wyrażenie kąta w rad

$$360^\circ = 2\pi \text{ rad}$$

$$24^\circ = x, \quad x = \frac{24^\circ \cdot 2\pi \text{ rad}}{360^\circ} \approx 0,13\pi \text{ rad}$$

1 pkt za obliczenie odległości między zwrotnikami na Marsie

Odległość między równikiem a zwrotnikiem na Marsie:

$$\alpha = \frac{\widehat{ZR}}{R_M}, \quad \widehat{ZR} = \alpha R_M$$

Odległość między zwrotnikami jest dwukrotnie większa, zatem:

$$\widehat{ZZ} = 2\widehat{ZR}, \quad \widehat{ZZ} = 2 \cdot 0,13\pi \cdot 0,533 \cdot 6370 \text{ km} = 2773 \text{ km}$$

8. a) 1 pkt za zapisanie wzoru na moment bezwładności pierścienia

0–12

$$I = mr^2, \quad I = m \frac{d^2}{4}$$

1 pkt za obliczenie momentu bezwładności pierścienia

$$I = 0,1 \text{ kg} \cdot \frac{(0,5 \text{ m})^2}{4} = 6,25 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

b) 1 pkt za napisanie zasady zachowania energii

$$E_p = E_k, \quad E_k = E_{kp} + E_{ko}, \quad mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$$

1 pkt za wyprowadzenie zależności określającej prędkość pierścienia u podnóża górki

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{mr^2 \cdot \frac{v^2}{r^2}}{2}, \quad mgh = mv^2$$

$$v = \sqrt{gh}$$

1 pkt za obliczenie prędkości liniowej pierścienia u podnóża górki

$$v = \sqrt{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2,5 \text{ m}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

c) 1 pkt za obliczenie, jaką częścią energii kinetycznej ruchu postępowego pierścienia jest jego energia kinetyczna ruchu obrotowego

$$\frac{E_{kp}}{E_{ko}} = \frac{\frac{mv^2}{2}}{\frac{I\omega^2}{2}}, \quad \frac{E_{kp}}{E_{ko}} = \frac{mv^2}{I\omega^2}, \quad \frac{E_{kp}}{E_{ko}} = \frac{mv^2}{mr^2 \frac{v^2}{r^2}}, \quad \frac{E_{kp}}{E_{ko}} = 1$$

d) 1 pkt za napisanie zależności opisującej przyspieszenie staczającego się pierścienia

$$a = \frac{\Delta v}{t}, v_0 = 0, a = \frac{v}{t}$$

1 pkt za napisanie zależności opisującej drogę przebytą przez pierścień

$$\sin \alpha = \frac{h}{l}, l = \frac{h}{\sin \alpha}$$

1 pkt za wyprowadzenie wzoru opisującego czas, w którym pierścień stoczy się po równi pochytej

$$l = \frac{at^2}{2}, l = \frac{v \cdot t^2}{2}, l = \frac{vt}{2}, t = \frac{2l}{v}, t = \frac{2h}{v \sin \alpha}$$

1 pkt za obliczenie czasu, w którym pierścień stoczy się po równi pochytej

$$t = \frac{2 \cdot 2,5 \text{ m}}{5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sin 30^\circ} = 2 \text{ s}$$

e) 1 pkt za obliczenie pędu pierścienia u podnóża górki

$$p = mv, p = 0,1 \text{ kg} \cdot 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,5 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

1 pkt za obliczenie momentu pędu pierścienia u podnóża górki

$$L = I\omega, L = mr^2 \frac{v}{r}, L = mvr, L = pr, L = 0,5 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} \cdot 0,25 \text{ m} = 0,125 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}}$$

9. a) 1 pkt za obliczenie oporu indukcyjnego cewki

0–5

$$R_L = \omega L, \omega = \frac{2\pi}{T}, \omega = 2\pi f, R_L = 2\pi f L$$

$$R_L = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \frac{1}{\text{s}} \cdot 0,5 \text{ H} = 157 \Omega$$

b) 1 pkt za obliczenie oporu pojemnościowego kondensatora

$$R_C = \frac{1}{\omega C}, R_C = \frac{1}{2\pi f C}, R_C = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \frac{1}{\text{s}} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 637 \Omega$$

c) 1 pkt za obliczenie zawady obwodu

$$Z = \sqrt{R^2 - (R_L - R_C)^2}, Z = \sqrt{(140 \Omega)^2 + (157 \Omega - 637 \Omega)^2} = 500 \Omega$$

d) 1 pkt za obliczenie natężenia skutecznego prądu płynącego w obwodzie

$$I_{\text{sk}} = \frac{U}{Z}, I_{\text{sk}} = \frac{220 \text{ V}}{500 \Omega} = 0,44 \text{ A}$$

e) 1 pkt za obliczenie tangensa przesunięcia fazowego między napięciem a natężeniem

$$\text{tg} \varphi = \left| \frac{R_L - R_C}{R} \right|, \text{tg} \varphi = \left| \frac{157 \Omega - 637 \Omega}{140 \Omega} \right| = 3,42$$

10. a) 1 MeV = 10⁶ eV

0–11

$$E_k = 0,2 \text{ MeV}, E_k = 0,2 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot \text{V} = 3,2 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

1 pkt za wyznaczenie wzoru na prędkość elektronu

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}}$$

1 pkt za obliczenie prędkości elektronu

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 3,2 \cdot 10^{-14} \text{ J}}{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}}, v = 2,65 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) 1 pkt za obliczenie wartości siły Lorentza

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}, F = qv \sin \alpha, \alpha = 0, \sin \alpha = 0, F = 0$$

1 pkt za odpowiedź: elektron będzie się poruszał ruchem jednostajnym prostoliniowym wzdłuż linii pola

- c) 1 pkt za odpowiedź: aby torem elektronu był okrąg, jego wektor prędkości musi tworzyć z liniami pola kąt $\alpha = 90^\circ$
1 pkt za wyznaczenie wzoru na promień okręgu

$$F_L = F_{ob}, \quad qvB = \frac{mv^2}{r}, \quad r = \frac{mv}{qB}$$

- 1 pkt za obliczenie promienia okręgu

$$r = \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 2,65 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ T}}, \quad r = 3 \text{ m}$$

- 1 pkt za wyznaczenie zależności $T = \frac{2\pi m}{qB}$

$$T = \frac{2\pi r}{v}, \quad T = \frac{2\pi}{v} \cdot \frac{mv}{qB}, \quad T = \frac{2\pi m}{qB}$$

- 1 pkt za obliczenie okresu ruchu po okręgu

$$T = \frac{2\pi \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ T}}, \quad T = 7,1 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

- 1 pkt za obliczenie częstotliwości ruchu po okręgu

$$f = \frac{1}{T}, \quad f = 13996246 \text{ Hz} = 14 \text{ MHz}$$

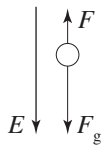
- d) 1 pkt za odpowiedź: Elektron będzie się poruszał po linii śrubowej.

- 11.** a) 1 pkt za odpowiedź: Zmianę okresu drgań mogło wywołać tylko dodatkowe przyspieszenie, wywołane siłą elektryczną. 8

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g-a}}$$

- b) 1 pkt za poprawne narysowanie sił: ciężkości i elektrycznej

- 1 pkt za poprawne narysowanie wektora natężenia pola elektrycznego



- c) 1 pkt za wyprowadzenie zależności pozwalającej obliczyć przyspieszenie g i g_1 wahadła:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \quad \frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{l}{g}, \quad g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}, \quad T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_1}}, \quad \frac{T_1^2}{4\pi^2} = \frac{l}{g_1}, \quad g_1 = \frac{4\pi^2 l}{T_1^2}$$

- 1 pkt za wyprowadzenie zależności pomiędzy przyspieszeniami wahadła:

$$\frac{g}{g_1} = \frac{\frac{4\pi^2 l}{T^2}}{\frac{4\pi^2 l}{T_1^2}}, \quad \frac{g}{g_1} = \frac{T_1^2}{T^2}, \quad g_1 = \frac{gT^2}{T_1^2}$$

- d) 1 pkt za zapisanie zależności pomiędzy działającymi siłami:

$$F_w = mg_1, \quad F_g = mg, \quad F_g - F = mg_1, \quad F = m(g - g_1)$$

- 1 pkt za wyprowadzenie zależności pozwalającej obliczyć siłę działającą na kulkę w polu elektrycznym:

$$F = m \left(g - \frac{gT^2}{T_1^2} \right), \quad F = mg \left(1 - \frac{T^2}{T_1^2} \right)$$

- 1 pkt za obliczenie siły elektrycznej:

$$F = 0,02 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \left(1 - \frac{(1\text{s})^2}{(2\text{s})^2} \right) = F = 0,02 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (1 - 0,25) = 0,15 \text{ N}$$

- 12.** a) 1 pkt za zastosowanie zasady zachowania pędu: 0-6

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = 0, \quad v_1 = \frac{m_2 v_2}{m_1}$$

1 pkt za obliczenie prędkości łyżwiarza po wyrzuceniu kamienia:

$$v_1 = \frac{10 \text{ kg} \cdot 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{60 \text{ kg}} = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) 1 pkt za wyprowadzenie zależności pozwalającej obliczyć współczynnik tarcia łyżew o lód:

$$\frac{mv_1^2}{2} = W, W = T s, T = \mu m g, \frac{mv_1^2}{2} = \mu m g s$$

$$\mu = \frac{mv_1^2}{2mgs}, \mu = \frac{v_1^2}{2gs}, \mu = \frac{m_2 v_2^2}{2gs m_1^2}$$

1 pkt za obliczenie współczynnika tarcia łyżew o lód:

$$\mu = \frac{(10 \text{ kg})^2 \cdot \left(3 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,5 \text{ m} \cdot (60 \text{ kg})^2} = 0,025$$

c) 1 pkt za zastosowanie zasady zachowania energii:

$$W = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

$$W = 0,5 (m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2)$$

1 pkt za obliczenie pracy wykonanej przez łyżwiarza:

$$W = 0,5 \cdot \left(60 \text{ kg} \cdot \left(0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 + 10 \text{ kg} \cdot \left(3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right) = 52,5 \text{ J}$$