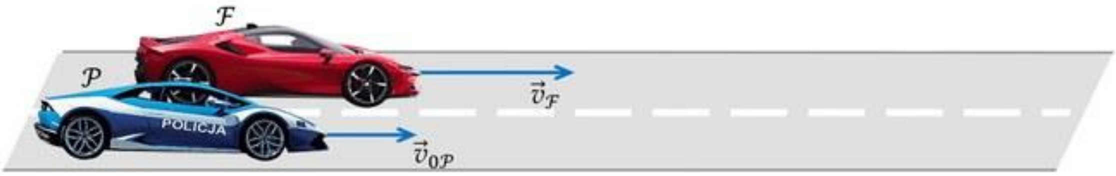
Zadanie 1. (0–4)

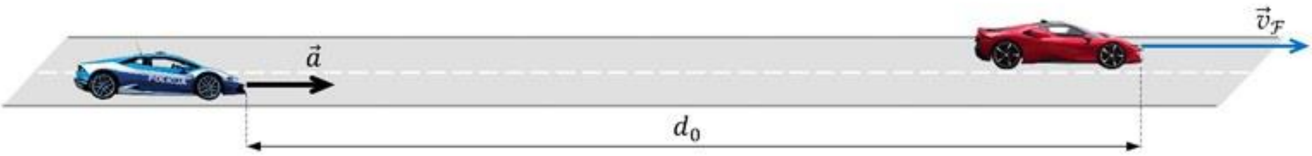
Samochód policyjny $\mathcal{P}$ jechał ze stałą prędkością o wartości $v_{0\mathcal{P}} = 20\ \mathrm{m/s}$. W pewnej chwili został on wyprzedzony przez samochód osobowy $\mathcal{F}$, jadący w tym samym kierunku ze stałą prędkością o wartości $v_{\mathcal{F}} = 35\ \mathrm{m/s}$ (zobacz rysunek 1.).

Rysunek 1.



W chwili $t_0 = 0$, gdy odległość między samochodami $\mathcal{P}$ i $\mathcal{F}$ zwiększyła się do $d_0 = 40\ \mathrm{m}$, samochód policyjny rozpoczął pościg ze stałym przyśpieszeniem o wartości $a = 6\ \mathrm{m/s^2}$ (zobacz rysunek 2.).

Rysunek 2. ($t_0 = 0$)



Odległość d między samochodami $\mathcal{P}$ i $\mathcal{F}$ jeszcze przez pewien czas rosła, w pewnej chwili osiągnęła wartość maksymalną d_{max}, a następnie zaczęła maleć.

Przyjmij, że:

- od chwili $t_0 = 0$ samochód policyjny $\mathcal{P}$ poruszał się ruchem jednostajnie przyśpieszonym prostoliniowym
- samochód $\mathcal{F}$ cały czas poruszał się ruchem jednostajnym prostoliniowym
- odległość pomiędzy samochodami traktujemy jako odległość pomiędzy ustalonymi punktami na przednich zderzakach.

1.
0–1–2–3–4

Oblicz d_{max} – maksymalną odległość pomiędzy samochodami $\mathcal{P}$ i $\mathcal{F}$ podczas pościgu. Zapisz obliczenia.

Korzystam z ogólnego równania na drogę: $\boxed{s(t) = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2}$

$$\left.\begin{array}{l} s_F(t) = d_0 + v_F t \\ s_P(t) = v_{0P} t + \frac{1}{2}at^2 \end{array}\right\} d(t) = s_F(t) - s_P(t) = d_0 + (v_F - v_{0P})t - \frac{1}{2}at^2$$

$d(t)$ jest równaniem paraboli, zatem d_{max} leży na jej wierzchołku

Rozwiązanie na następnej stronie

$$d_{max} = \frac{-\Delta}{4a}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (v_F - v_{0P})^2 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}a\right) \cdot d_0 = (v_F - v_{0P})^2 + 2ad_0$$

$$d_{max} = -\left[(v_F - v_{0P})^2 + 2ad_0\right] \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{2}{a}\right) = \frac{1}{2a}\left[(v_F - v_{0P})^2 + 2ad_0\right]$$

$$= \frac{(v_F - v_{0P})^2}{2a} + 2d_0$$

$$d_{max} = \frac{(35-20)^2}{2 \cdot 6} + 2 \cdot 40 = \frac{15 \cdot \cancel{15}^{\,5}}{\cancel{12}_{\,4}} + 80 = \frac{75}{4} + 80 = 98{,}75 \text{ m}$$

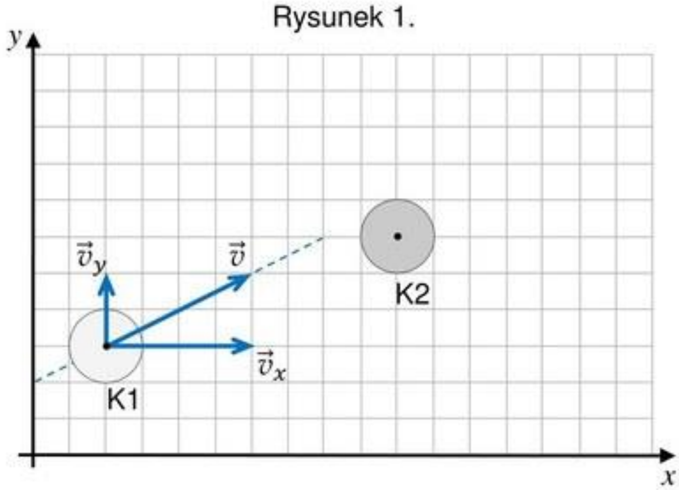
Zadanie 2.

Krążek K1 porusza się w inercjalnym układzie odniesienia $\mathcal{U}$ ze stałą prędkością $\vec{v}$, a krążek K2 spoczywa. Środek krążka K2 leży poza prostą wyznaczającą kierunek ruchu krążka K1. W pewnej chwili krążek K1 uderza w krążek K2.

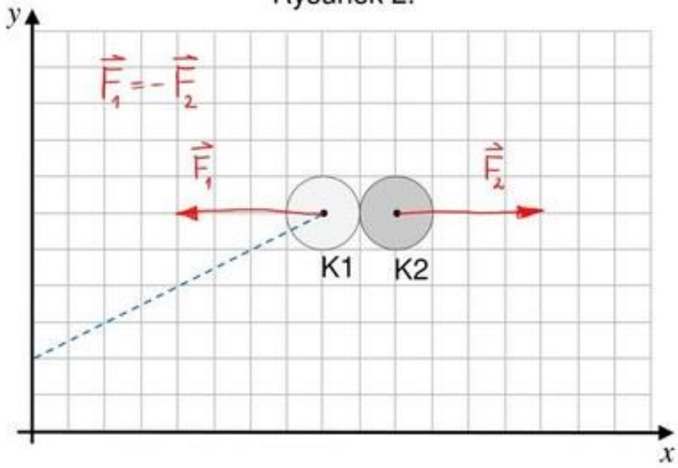
Na rysunku 1. w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) przedstawiono poruszający się krążek K1 i spoczywający krążek K2. Oznaczono prędkość $\vec{v}$ krążka K1 i składowe $\vec{v}_x, \vec{v}_y$ tej prędkości. Na rysunku 2. przedstawiono moment zderzenia się obu krążków.

Krążki są jednorodne, a ich masy <u>są sobie równe.</u> Pomijamy tarcie między krążkami K1 i K2 oraz między krążkami a podłożem.

Rysunek 1.



Rysunek 2.



2.1.
0–1

Zadanie 2.1. (0–1)

Na rysunku 2. powyżej narysuj parę sił wzajemnego oddziaływania pomiędzy krążkami podczas ich zderzenia. Każdą z sił przyłóż – odpowiednio – w punkcie środka masy krążka K1 lub krążka K2. Zachowaj odpowiednie kierunki i zwroty tych sił oraz relację (większy, równy, mniejszy) między ich wartościami.

Matura 2023: Fizyka rozszerzona, arkusz CKE i odpowiedzi */INTERIA.PL*

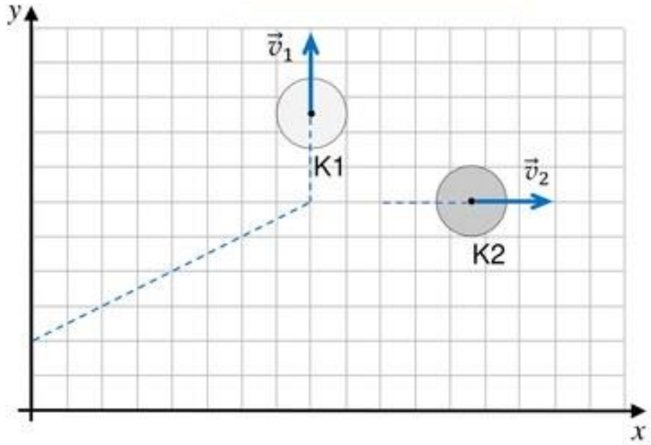
Zadanie 2.2. (0–1)

Załóżmy, że zderzenie krążków K1 i K2 było doskonale sprężyste.

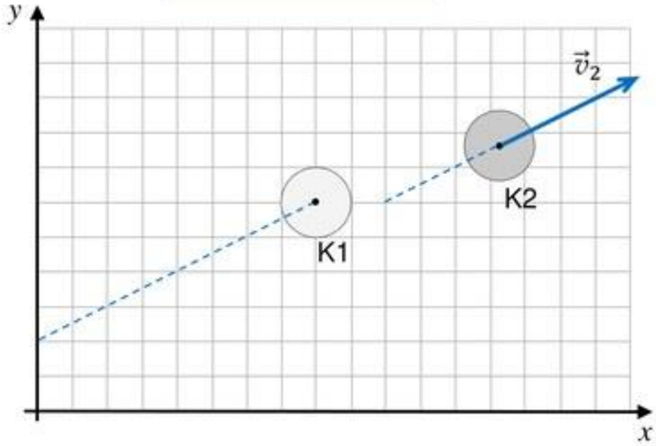
Na którym rysunku (spośród A–D) prawidłowo narysowano i opisano wektory prędkości krążków bezpośrednio po zderzeniu w układzie odniesienia $\mathcal{U}$? Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

2.2.
0–1

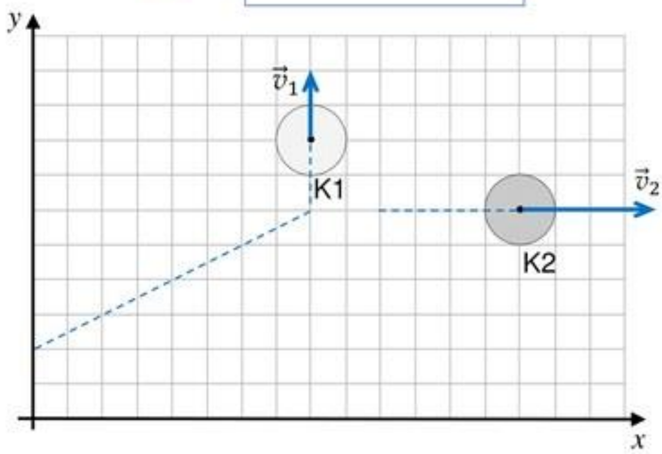
A. $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = \frac{|\vec{v}|}{2}$



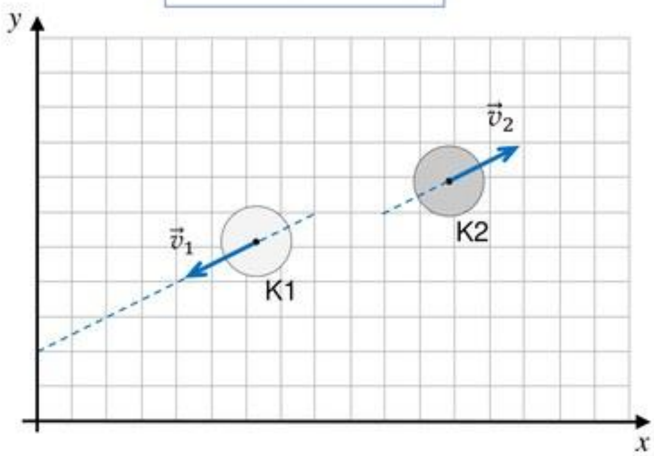
B. $\vec{v}_1 = 0 \quad \vec{v}_2 = \vec{v}$



C. $\vec{v}_1 = \vec{v}_y \quad \vec{v}_2 = \vec{v}_x$



D. $\vec{v}_1 = -\frac{\vec{v}}{2} \quad \vec{v}_2 = \frac{\vec{v}}{2}$



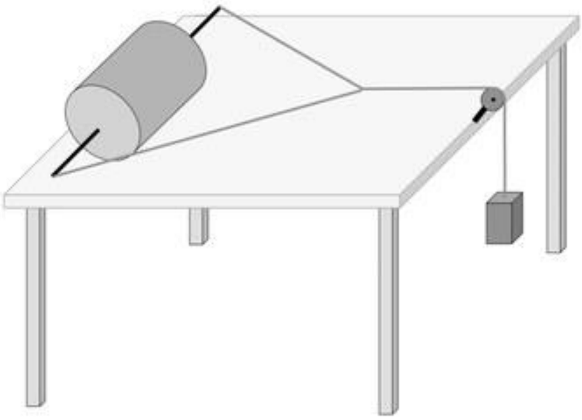
Zadanie 3.

Wzdłuż osi jednorodnego walca o masie m i promieniu R przechodzi cienki pręt, wokół którego walec może się obracać. Do tego pręta przymocowano cienką nierozciągliwą linkę, którą przewieszono przez bloczek. Na końcu linki zawieszono ciężarek o masie m (równej masie walca). Początkowo walec był unieruchomiony i spoczywał na stole. W pewnej chwili walec – ciągnięty przez linkę – rozpoczął ruch i toczył się dalej bez poślizgu po poziomej powierzchni stołu. Opisaną sytuację ilustrują rysunki 1. i 2.

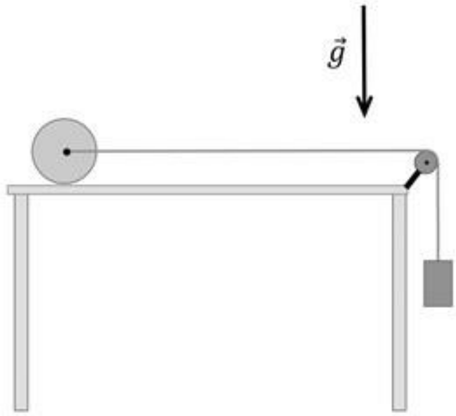
Do analizy zagadnienia przyjmij model zjawiska, w którym:

- moment bezwładności walca względem jego osi symetrii jest równy $I = \frac{1}{2}mR^2$
- pomijamy masę linki, masę bloczka oraz masę pręta na osi symetrii walca
- zakładamy, że ruch walca i ciężarka odbywa się w układzie inercjalnym
- siła tarcia statycznego $\vec{T}$ między walcem a powierzchnią stołu nie osiągnęła wartości maksymalnej
- pomijamy inne (tzn. oprócz tarcia statycznego) opory ruchu układu.

Rysunek 1.



Rysunek 2. (widok z boku)



3.1.
0–1–2

Zadanie 3.1. (0–2)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Gdy walec toczy się bez poślizgu, to w czasie jednego obrotu przebywa drogę o długości $2\pi R$.	**P**	**F**
2.	Energia kinetyczna ruchu postępowego walca jest większa od energii kinetycznej ruchu obrotowego walca względem jego osi.	**P**	**F**
3.	Energia potencjalna opadającego ciężarka zamienia się w całości na energię kinetyczną ruchu postępowego walca i ruchu obrotowego walca.	**P**	**F**

Brudnopis

ruch postępowy

$E_k = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}mR^2\cdot\left(\frac{v}{R}\right)^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{4}mv^2$

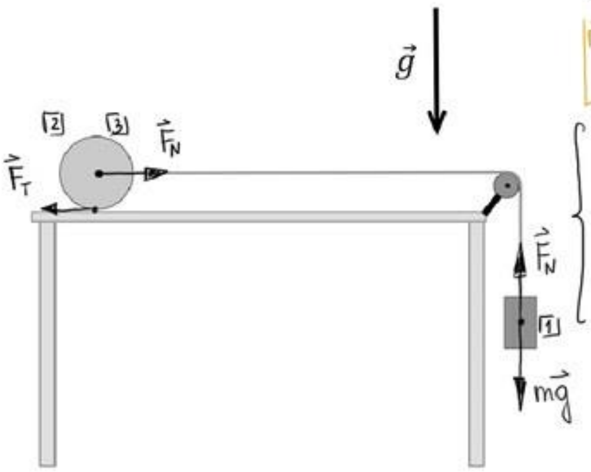
ruch obrotowy

Zadanie 3.2. (0–4)

3.2. 0–1–2–3–4

Wyprowadź wzór pozwalający wyznaczyć wartość a przyśpieszenia ciężarka w zależności tylko od wartości g przyśpieszenia ziemskiego. Zapisz odpowiednie równania i przekształcenia oraz podaj (w ramce na dole strony) postać tego wzoru.

Wskazówka: Skorzystaj z zasady zachowania energii mechanicznej układu lub skorzystaj z drugiej zasady dynamiki dla ruchu postępowego walca, dla ruchu obrotowego walca i dla ruchu postępowego ciężarka.



Korzystam z II zasady dynamiki Newtona

$\boxed{\vec{F}_{wyp} = m\vec{a}}$ oraz $\boxed{\vec{M}_{wyp} = I\vec{\varepsilon}}$

$\boxed{M = rF\sin(\sphericalangle \vec{r}, \vec{F})}$

$$\begin{cases} mg - F_N = ma & [1] \\ F_N - F_T = ma & [2] \\ F_T R = I\varepsilon & [3] \end{cases}$$

z [1] liczę $F_N = m(g-a)$ i podstawiam do [2], aby policzyć F_T:

$m(g-a) - F_T = ma \Rightarrow F_T = m(g-2a)$

Podstawiam F_T do [3]

$m(g-2a)R = \frac{1}{2}mR^{\cancel{2}} \cdot \frac{a}{\cancel{R}} \;\Big|\; : mR$ $\quad \boxed{a = \varepsilon R}$

$g - 2a = \frac{1}{2}a$

$-2a - \frac{1}{2}a = -g \;\Big|\; \cdot(-1)$

$\frac{5}{2}a = g \;\Big|\; \cdot \frac{2}{5}$

$\underline{\underline{a = \frac{2}{5}g}}$

$$\boxed{a = \frac{2}{5}g}$$

Zadanie 4.

Sonda kosmiczna oddala się od Ziemi z prędkością $\vec{v}$ wzdłuż prostej przechodzącej przez środek Ziemi. Ta sonda emituje w stronę Ziemi falę elektromagnetyczną o częstotliwości dokładnie $f_{źr} = 3\ \mathrm{GHz}$ (podana częstotliwość jest określona w układzie odniesienia związanym z sondą, czyli jest częstotliwością źródła fali). Sytuację ilustruje rysunek poglądowy poniżej (odległości na rysunku są umowne).

Rysunek

Odbierana na Ziemi fala ma częstotliwość f_Z różniącą się od częstotliwości źródła fali o $|\Delta f| = 750\ \mathrm{kHz}$. Wartość prędkości światła w próżni oznaczamy jako c.
Przyjmij, że $v \ll c$ oraz $c \approx 3 \cdot 10^8\ \mathrm{m/s}$.

4.1.
0–1

Zadanie 4.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C i jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Fala elektromagnetyczna wysyłana przez sondę porusza się względem Ziemi z prędkością równą

A.	$c - v$,	ponieważ	1.	prędkość fali elektromagnetycznej jest niezależna od ruchu źródła tej fali.
B.	c,		2.	źródło oddalające się od Ziemi unosi ze sobą falę elektromagnetyczną i zmniejsza jej prędkość.
C.	$c + v$,		3.	prędkość fali elektromagnetycznej jest zawsze powiększona o prędkość źródła tej fali.

4.2.
0–1

Zadanie 4.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zarejestrowana na Ziemi częstotliwość f_Z fali elektromagnetycznej wyemitowanej przez sondę jest równa

A. 3,75000 GHz **B.** 2,25000 GHz **C.** 3,00075 GHz **D.** 2,99925 GHz

Brudnopis

$f_z = f_0 - |\Delta f| = 3\,\mathrm{GHz} - 0{,}00075\,\mathrm{GHz} = 2{,}99925\,\mathrm{GHz}$

Zadanie 4.3. (0–1)

Zarejestrowaną na Ziemi długość fali elektromagnetycznej wyemitowanej przez sondę oznaczymy jako λ_Z, a długość tej fali elektromagnetycznej w układzie odniesienia sondy oznaczymy jako $\lambda_{źr}$.

Oceń prawdziwość poniższych relacji. Zaznacz P, jeśli relacja jest prawdziwa, albo F – jeśli jest fałszywa.

4.3.
0–1

1.	$\lambda_{źr} \approx 0{,}10$ m	**P**	**F**
2.	$\lambda_Z > \lambda_{źr}$	**P**	**F**

Brudnopis

$\lambda_{źr} = \frac{1}{f_{źr}} = \frac{1}{3GHz} = \frac{1}{3} \cdot 10^{-10}$ m

$\frac{\lambda_Z}{\lambda_{źr}} = \frac{f_{źr}}{f_Z} = \frac{3GHz}{2{,}99925GHz} > 1 \Rightarrow \lambda_Z > \lambda_{źr}$

Zadanie 4.4. (0–2)

Oblicz v – wartość prędkości sondy względem Ziemi. Zapisz obliczenia.

4.4.
0–1–2

Korzystam ze wzoru na efekt Dopplera (przybliżonego, bo v<<c)

$\boxed{f_{ob} = f_{źr}\left(1 - \frac{v_{źr}}{c}\right)}$

$f_Z = f_{źr}\left(1 - \frac{v}{c}\right)$

$f_{źr} - |\Delta f| = f_{źr}\left(1 - \frac{v}{c}\right) \Big| : f_{źr}$

$1 - \frac{v}{c} = \frac{f_{źr} - |\Delta f|}{f_{źr}}$

$-\frac{v}{c} = \cancel{1} - \frac{|\Delta f|}{f_{źr}} \cancel{-1} \quad | \cdot (-c)$

$v = \frac{|\Delta f|}{f_{źr}} \cdot c = \frac{750 \cdot \cancel{10^3}\, Hz}{\cancel{3} \cdot \cancel{10^9}\, Hz} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{10^8} \frac{m}{s} = 750 \cdot 10^2 \frac{m}{s} = 75 \frac{km}{s}$

Zadanie 5.

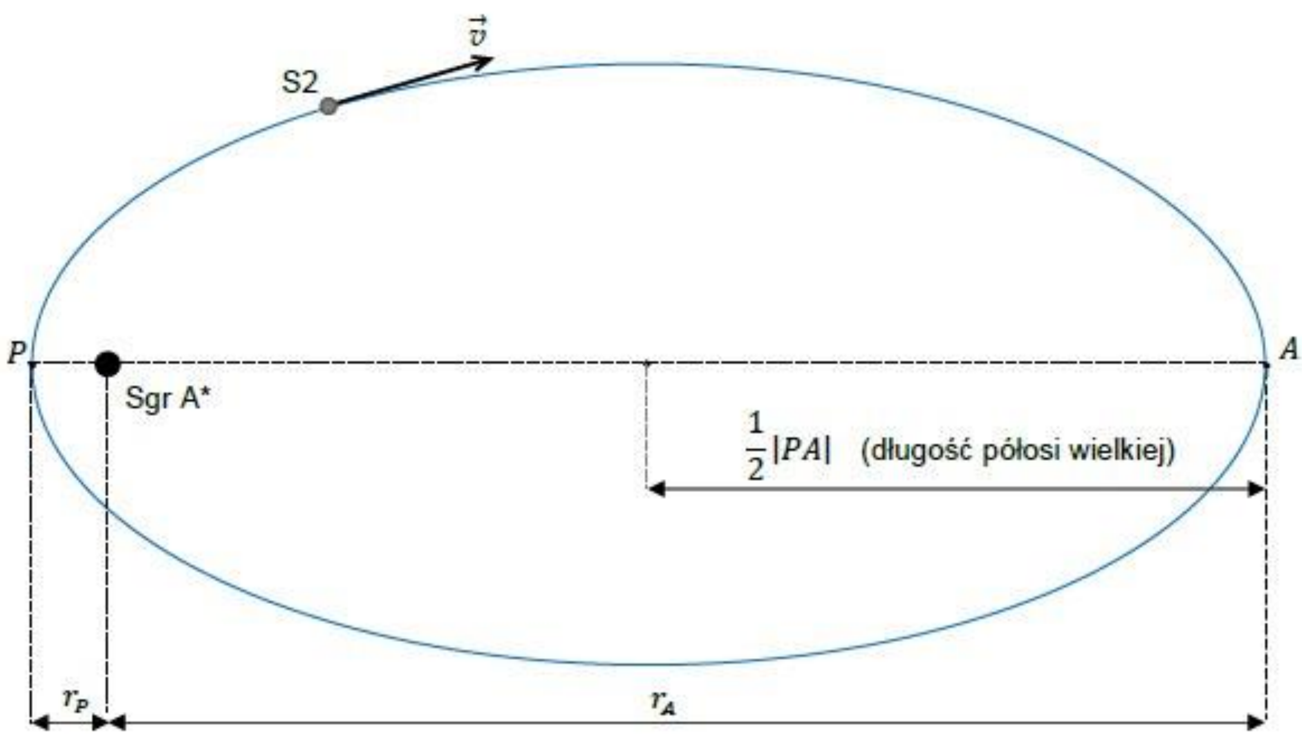
Sagittarius A* (Sgr A*) to bardzo masywny obiekt znajdujący się w centrum naszej galaktyki. Gwiazda znana jako S2 obiega obiekt Sgr A* po wydłużonej orbicie eliptycznej. Parametry tego ruchu orbitalnego są następujące:

- okres obiegu S2 dookoła Sgr A* wynosi $T_{S2} = 16$ lat ziemskich
- najmniejsza odległość środka S2 od centrum Sgr A* jest równa $r_P = 120$ au
- największa odległość środka S2 od centrum Sgr A* jest równa $r_A = 1820$ au.

Przyjmij, że Sgr A* się nie porusza, oraz pomiń wpływ innych ciał na ruch S2.

Opisaną sytuację przedstawiono na rysunku 1. Ponadto oznaczono wektor $\vec{v}$ prędkości środka S2 w przedstawionym położeniu na orbicie.

Rysunek 1.

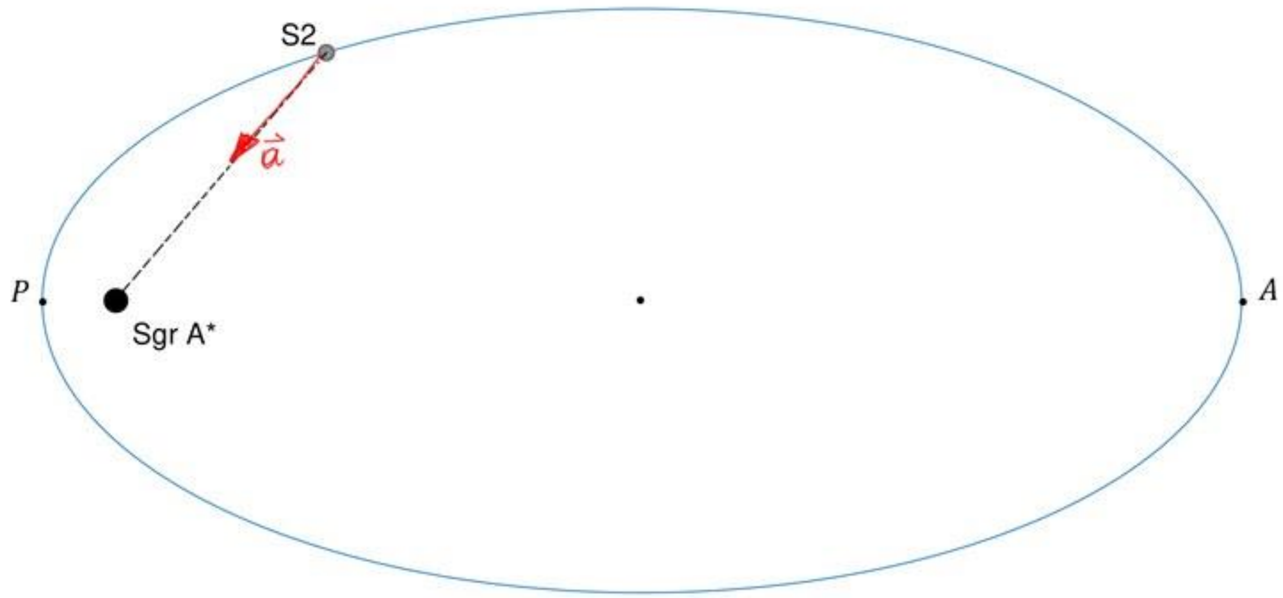


Zadanie 5.1. (0–1)

5.1.
0–1

Na rysunku 2. narysuj wektor przyśpieszenia $\vec{a}$ środka gwiazdy S2 w oznaczonym położeniu na orbicie. Zachowaj odpowiedni kierunek i zwrot tego wektora (długość może być dowolna).

Rysunek 2.



Zadanie 5.2. (0–1)

Wartość prędkości środka S2 w <u>punkcie P</u> orbity (rysunek 1. na stronie 12) oznaczymy jako v_P, a wartość prędkości środka S2 w <u>punkcie A</u> orbity oznaczymy jako v_A. Prędkość środka S2 w punkcie P lub w punkcie A jest prostopadła do promienia wodzącego (odcinka łączącego środki S2 i Sgr A*).

5.2.
0–1

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Iloraz $\frac{v_P}{v_A}$ jest równy (w zaokrągleniu do trzech cyfr znaczących)

A. $\frac{v_P}{v_A} \approx 0{,}00435$ **B.** $\frac{v_P}{v_A} \approx 0{,}0659$ **C.** $\frac{v_P}{v_A} \approx 15{,}2$ **D.** $\frac{v_P}{v_A} \approx 230$

Brudnopis

Korzystam z zasady zachowania momentu pędu $\vec{L} = const$

$v_p r_p = v_a r_a$

$\frac{v_p}{v_a} = \frac{r_a}{r_p} = \frac{1820\,au}{120\,au} = \frac{182}{12} = \frac{91}{6} \approx 15{,}2$

Informacja do zadań 5.3.–5.4.

Załóżmy, że ciało C_1 krąży po orbicie O_1 wokół centrum grawitacyjnego o masie M_1, a ciało C_2 krąży po orbicie O_2 wokół centrum grawitacyjnego o masie M_2. Zakładamy, że na każde z tych ciał działa jedynie siła pochodząca od centrum grawitacyjnego, dookoła którego dane ciało krąży. Stosunek mas M_1 i M_2 można obliczyć ze wzoru:

$$\frac{M_1}{M_2} = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2$$

gdzie: T_1 i T_2 są okresami obiegu ciał po orbitach – odpowiednio – O_1 i O_2, natomiast a_1 i a_2 zależą od rodzaju orbity:

- gdy orbity O_1 i O_2 są kołowe, to a_1 i a_2 są odpowiednio promieniami tych orbit
- gdy orbita O_1 jest eliptyczna, a orbita O_2 jest kołowa, to a_1 jest długością półosi wielkiej orbity O_1, natomiast a_2 jest promieniem orbity O_2.

Zadanie 5.3. (0–2)

Masę obiektu Sgr A* oznaczymy jako M_{SA}, a masę Słońca oznaczymy jako M_S.

Przyjmij, że Ziemia porusza się dookoła Słońca po orbicie kołowej o promieniu $a_Z = 1{,}0$ au z okresem obiegu $T_Z = 1{,}0$ rok. Długość półosi wielkiej orbity gwiazdy S2, poruszającej się wokół obiektu Sgr A*, zgodnie z oznaczeniami na rysunku 1. (strona 12), jest równa $\frac{|PA|}{2}$.

5.3.
0–1–2

Oblicz iloraz $\frac{M_{SA}}{M_S}$. Zapisz obliczenia. Wynik podaj zaokrąglony do dwóch cyfr znaczących.

Oznaczam $\frac{1}{2}|PA| = a_{SA} = \frac{1}{2}(r_A + r_P)$

$$\frac{M_{SA}}{M_S} = \left(\frac{a_{SA}}{a_Z}\right)^3 \cdot \left(\frac{T_Z}{T_{SA}}\right)^2 = \left(\frac{r_A + r_P}{2a_Z}\right)^3 \left(\frac{T_Z}{T_{SA}}\right)^2 = \left(\frac{1820\,au + 120\,au}{2 \cdot 1\,au}\right)^3 \left(\frac{1\,rok}{16\,lat}\right)^2$$

$$= \overset{485}{\cancel{970}} \cdot \frac{1}{\underset{8}{\cancel{16}}} = \frac{485}{8} \approx 61$$

Zadanie 5.4. (0–3)

Wyprowadź wzór podany w informacji do zadań 5.3.–5.4. w przypadku, gdy orbity $\mathcal{O}_1$ i $\mathcal{O}_2$ są kołowe.

5.4.
0–1–2–3

Korzystam ze wzoru na wartości prędkości po orbicie kołowej

$$\boxed{v = \sqrt{G\frac{M}{r}}}$$

(u nas „r" oraz „a" oznaczają to samo)

$$v^2 = \frac{GM}{a} \Rightarrow M = \frac{av^2}{G}$$

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{a_1 v_1^2}{\cancel{G}} \cdot \frac{\cancel{G}}{a_2 v_2^2} = \frac{a_1 v_1^2}{a_2 v_2^2}$$

Wiemy, że $v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi a}{T}$, zatem

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{a_1}{a_2} \cdot \left(\frac{\cancel{2\pi} a_1}{T_1}\right)^2 \cdot \left(\frac{T_2}{\cancel{2\pi} a_2}\right)^2 = \frac{a_1}{a_2} \cdot \frac{a_1^2}{T_1^2} \cdot \frac{T_2^2}{a_2^2} = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3 \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2$$

Zadanie 6.

W cylindrze szczelnie zamkniętym ruchomym tłokiem znajduje się $n = 1\ \mathrm{mol}$ jednoatomowego gazu doskonałego. Ten gaz poddano kolejno dwóm przemianom.

- W pierwszej przemianie gaz ogrzewano, utrzymując stałą objętość, i dostarczono do tego gazu $Q_1 = 100\ \mathrm{J}$ ciepła.
- W drugiej przemianie gaz ogrzewano, utrzymując stałe ciśnienie, i dostarczono do tego gazu $Q_2 = 100\ \mathrm{J}$ ciepła, czyli tę samą ilość ciepła, ile dostarczono w pierwszej przemianie.

Ciepło molowe tego gazu przy stałej objętości wynosi $C_V = \frac{3}{2}R$, gdzie R jest stałą gazową.

6.1.
0–1

Zadanie 6.1. (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	W pierwszej przemianie wartość siły parcia gazu na tłok jest wprost proporcjonalna do temperatury bezwzględnej tego gazu.	P	F
2.	W drugiej przemianie objętość gazu w cylindrze jest wprost proporcjonalna do średniej energii kinetycznej cząsteczek tego gazu.	P	F

Zadanie 6.2. (0–1)

Przyrost temperatury gazu w pierwszej przemianie oznaczymy jako ΔT_1, a w drugiej przemianie – jako ΔT_2.

6.2.
0–1

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C i jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Przyrosty temperatury gazu w opisanych przemianach spełniają relację

A.	$\Delta T_1 > \Delta T_2$,	ponieważ przyrost energii wewnętrznej gazu jest	1.	taki sam w obu przemianach.
B.	$\Delta T_1 < \Delta T_2$,		2.	większy w pierwszej przemianie.
C.	$\Delta T_1 = \Delta T_2$,		3.	większy w drugiej przemianie.

6.3.
0–1–2–3

Zadanie 6.3. (0–3)

Oblicz pracę, którą wykonała siła parcia gazu na tłok w drugiej przemianie. Zapisz obliczenia.

Praca w przemianie izobarycznej $(\Delta p = 0)$ wykonana przez gaz wyraża się wzorem: $\boxed{W = p\Delta V}$

Korzystam z równania stanu gazu doskonałego: $\boxed{pV = nRT}$

Korzystam też ze wzoru na ciepło molowe:

$$\boxed{C_V = \frac{Q}{n\Delta T}}$$

Z równania stanu wyznaczam ΔV:

$$pV = nRT \;\Big|\; :p$$

$$V = \frac{nRT}{p} \Rightarrow \Delta V = \frac{nR}{p}\Delta T$$

Podstawiam wynik do wzoru na pracę

$$W = p\Delta V = \cancel{p} \cdot \frac{nR}{\cancel{p}}\Delta T = nR\Delta T$$

Ze wzoru na ciepło molowe wyznaczam ΔT

$$\Delta T = \frac{Q}{nC_V}$$

Podstawiam to do wzoru na pracę

$$W = \cancel{n}R \cdot \frac{Q}{\cancel{n}C_V} = \frac{RQ}{C_V} = \frac{\cancel{R}Q}{\frac{3}{2}\cancel{R}} = \frac{2}{3}Q = \frac{2}{3} \cdot 100J = 66{,}7J$$

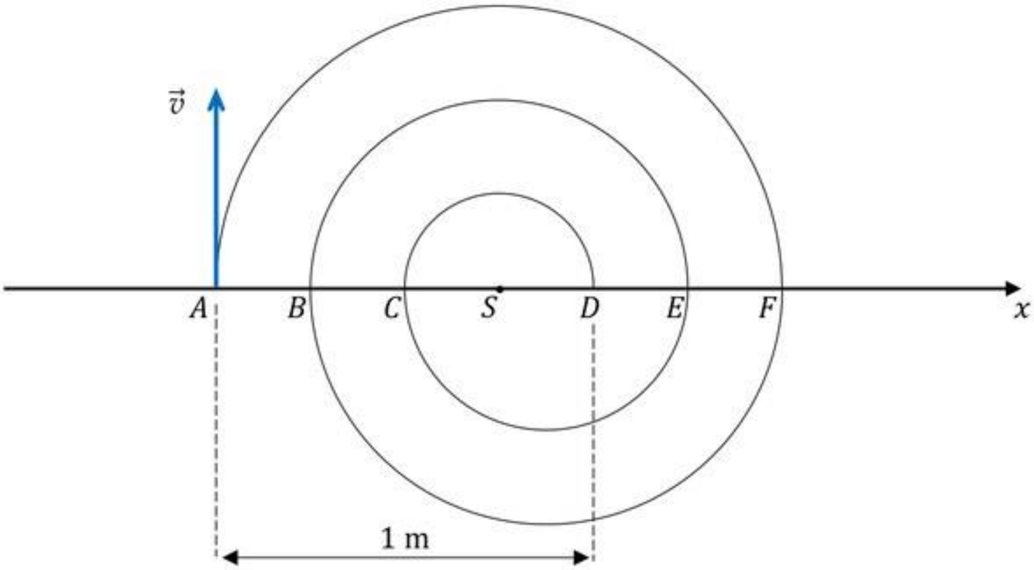
Zadanie 7.

Proton poruszał się w próżni, w polu magnetycznym po torze, który składał się z półokręgów AF, FB, BE, EC, CD (zobacz rysunek). Na każdym z tych półokręgów wektor indukcji magnetycznej był prostopadły do płaszczyzny ruchu protonu i miał stałą wartość, ale dla różnych półokręgów wartości te były różne i wynosiły – odpowiednio – B_{AF}, B_{FB}, B_{BE}, B_{EC}, B_{CD}.

W chwili początkowej $t_A = 0$ proton znajdował się w punkcie A i miał prędkość $\vec{v}$ (prostopadłą do wektora indukcji magnetycznej). Dalej proton poruszał się po opisanym torze i po pewnym czasie uderzył w tarczę znajdującą się w punkcie D. Wartość wektora indukcji magnetycznej na półokręgu AF wynosiła $B_{AF} = 0{,}2\ \mathrm{T}$. Długości odcinków na poniższym rysunku spełniają równości:

$$|AB| = |BC| = |CS| = |SD| = |DE| = |EF| \qquad \text{oraz} \qquad |AD| = 1\ \mathrm{m}$$

Rysunek



W zadaniach 7.1.–7.3. pomijamy siłę grawitacji działającą na proton.

7.1.
0–1–2

Zadanie 7.1. (0–2)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Wektor indukcji pola magnetycznego wzdłuż całego toru ruchu protonu ma zwrot przed płaszczyznę rysunku (tzn. w stronę patrzącego).	**P**	**F**
2.	Wartość siły magnetycznej Lorentza działającej na proton jest stała na całej długości toru od punktu A do punktu D.	**P**	**F**
3.	Czas ruchu protonu po każdym z półokręgów AF, FB, BE, EC, CD jest taki sam.	**P**	**F**

Zadanie 7.2. (0–2)

7.2. 0–1–2

Wykaż, że wartość prędkości protonu w ruchu po każdym z półokręgów jest stała. Powołaj się na:

- **odpowiednie własności siły działającej na proton oraz**
- **zasady dynamiki albo odpowiednie twierdzenie o energii kinetycznej.**

Na proton działa siła Lorenza:

$\boxed{\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}}$, u nas $\vec{v} \perp \vec{B}$ zatem $F_m = qvB$

Siła Lorentza pełni rolę siły dośrodkowej $F_m = F_{do}$

$\boxed{F_{do} = \frac{mv^2}{R}}$, zatem $\frac{mv^2}{R} = qvB \;|\cdot \frac{R}{mv} \Rightarrow v = \frac{RqB}{m}$

q, m są stałe cały czas, B i R w jednym półokręgu też, więc v=const

Zadanie 7.3. (0–3)

7.3. 0–1–2–3

Oblicz wartość B_{CD} wektora indukcji pola magnetycznego działającego na proton, gdy poruszał się on po półokręgu CD. Zapisz obliczenia.

Wskazówka: Wartość prędkości protonu poruszającego się po torze $AFBECD$ była stała.

Na proton działa siła Lorenza

$\boxed{\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}}$, a skoro $\vec{v} \perp \vec{B}$, to $F_m = qvB$

Pełni ona rolę siły dośrodkowej $F_m = F_{do}$

$\boxed{F_{do} = \frac{mv^2}{R}}$

$\frac{mv^2}{R} = qvB \;|: qv \Rightarrow B = \frac{mv}{qR}$

Wartość „v" liczę z półokręgu AF:

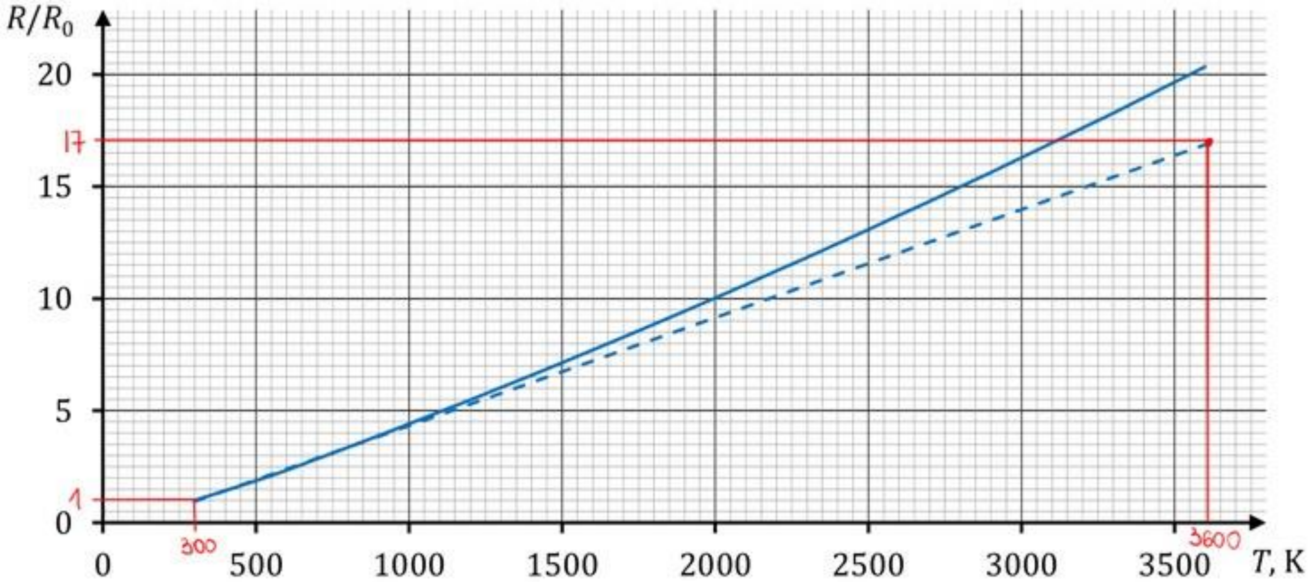
$v = \frac{B_{AF}\, q\, R_{AF}}{m}$, oraz $R_{AF} = \frac{3}{4}|AD|$ i $R_{CD} = \frac{1}{4}|AD|$

$B_{CD} = \frac{mv}{qR_{CD}} = \frac{\cancel{m}}{\cancel{q}} \cdot \frac{B_{AF}\, \cancel{q} \cdot \frac{3}{4}\cancel{|AD|}}{\frac{1}{4}\cancel{|AD|}\, \cancel{m}} = 3B_{AF} = 3 \cdot 0{,}2\,T = 0{,}6\,T$

Zadanie 8.

Do produkcji włókien tradycyjnych żarówek wykorzystywano bardzo cienkie druty wolframowe. Gdy przez włókno wolframowe pewnej żarówki płynął prąd o niewielkim natężeniu, to włókno utrzymywało temperaturę $T_0 = 300\ \mathrm{K}$, a jego opór wynosił $R_0 \approx 65\ \Omega$. Po podłączeniu tej żarówki do sieci o napięciu $230\ \mathrm{V}$ pobierała ona moc (znamionową) $60\ \mathrm{W}$. Wówczas włókno rozgrzewało się do wysokiej temperatury, a jego opór był wielokrotnie większy od R_0.

Na poniższym wykresie linią ciągłą przedstawiono zależność R/R_0 od temperatury T, gdzie R oznacza opór włókna wolframowego o temperaturze T. W zakresie temperatur od $300\ \mathrm{K}$ do $1000\ \mathrm{K}$ ta zależność ma w przybliżeniu charakter liniowy (tzn. jej wykres pokrywa się częściowo z linią prostą narysowaną przerywaną kreską).



8.1.
0–1–2

Zadanie 8.1. (0–2)

Oblicz α – wartość temperaturowego współczynnika oporu wolframu – dla przedziału temperatur $300\ \mathrm{K} < T < 1000\ \mathrm{K}$. Zapisz obliczenia.

Wskazówka: Skorzystaj z Wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych na egzamin maturalny z biologii, chemii i fizyki *(strona 18 broszury).*

$$\boxed{R(T) = R(T_0)\left(1 + \alpha \Delta T\right), \text{ gdzie } \Delta T = T - T_0}$$

$$\frac{R(T)}{R(T_0)} = 1 + \alpha\Delta T = \alpha T - \alpha T_0 + 1$$

„α" jest tangensem nachylenia prostej

$$\alpha = \frac{17-1}{3600-300} = \frac{16}{3300} = \frac{4}{825} \approx 0{,}0048\ \frac{1}{\mathrm{K}}$$

Zadanie 8.2. (0–3)

8.2.
0–1–2–3

Wyznacz temperaturę włókna wolframowego żarówki (opisanej w zadaniu 8.) o mocy znamionowej $P_z = 60$ W, zasilanej napięciem $U_z = 230$ V. Zapisz obliczenia.

Wyznaczam opór żarówki korzystając z prawa Ohma

$\boxed{U = RI} \Rightarrow R = \frac{U_z}{I_z}$

„I_z" wyznaczam ze wzoru na moc prądu elektrycznego

$\boxed{P = UI} \Rightarrow I_z = \frac{P_z}{U_z}$

$R = \frac{U_z^2}{P_z}$

Korzystam z poprzedniego wzoru:

$\frac{R}{R_0} = 1 + \alpha(T - T_0)$, gdzie $\alpha = \frac{4}{825}\frac{1}{K}$

$\frac{R}{R_0} - 1 = \alpha T - \alpha T_0 \Rightarrow T = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{R}{R_0} - 1 + \alpha T_0\right) = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{U_z^2}{P_z R_0} - 1 + \alpha T_0\right)$

$T = \frac{825}{4}\left(\frac{230^2}{60 \cdot 65} - 1 + \frac{4}{825} \cdot 300\right) = \frac{825}{4}\left(\frac{529}{39} - 1 + \frac{16}{11}\right) \approx 2891,35\ K$

Zadanie 8.3. (0–2)

Średnica drutu wolframowego, z którego wykonano włókno żarówki, jest równa $d = 30\ \mu\text{m}$.
Opór właściwy wolframu w temperaturze $T_0 = 300$ K jest równy $\rho_0 = 5{,}6 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot \text{m}$.

8.3.
0–1–2

Oblicz długość drutu wolframowego, z którego wykonano włókno tej żarówki.
Zapisz obliczenia.

Korzystam ze wzoru

$\boxed{R = \rho\frac{l}{S}} \Rightarrow l = \frac{SR}{\rho}$

$S = \pi R^2 = \frac{\pi d^2}{4}$

Zatem

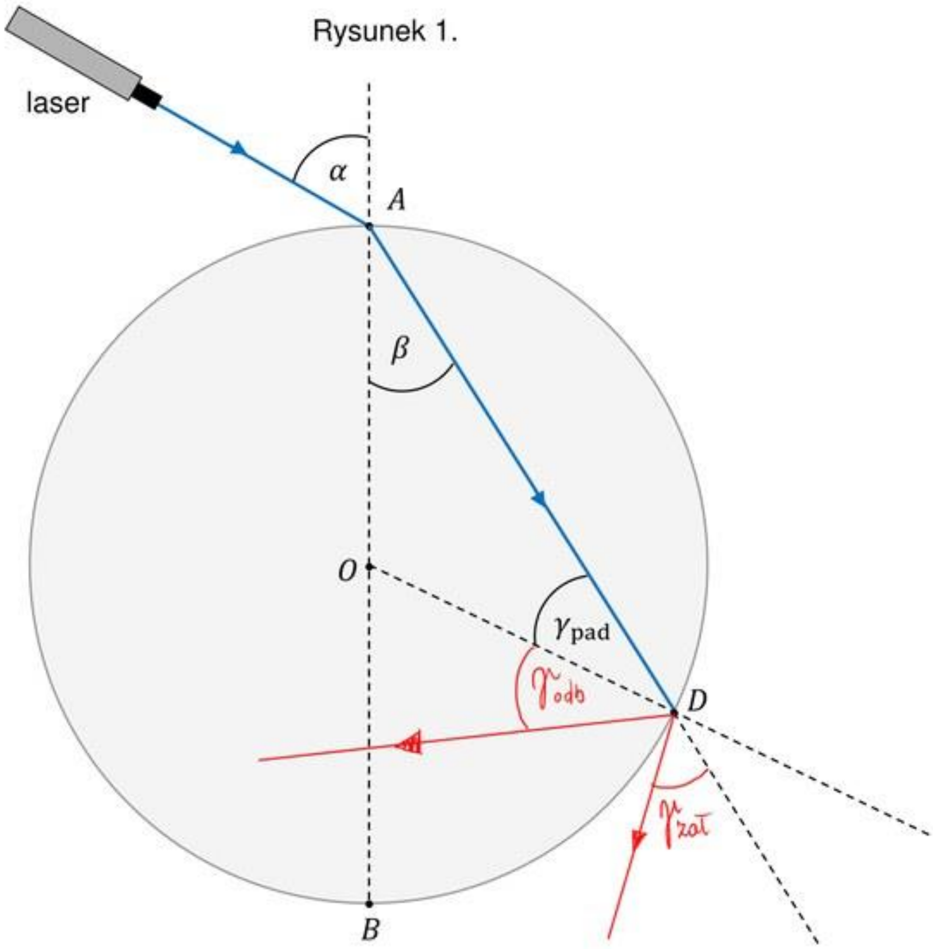
$l = \frac{\pi d^2 R}{4\rho} \approx \frac{3{,}14 \cdot (30 \cdot 10^{-6})^2 \cdot 65}{4 \cdot 5{,}6 \cdot 10^{-8}} = \frac{3{,}14 \cdot 900 \cdot \cancel{10^{-12}} \cdot 65}{22{,}4 \cdot \cancel{10^{-8}}}$ 10^{-4}

$= \frac{183\,690 \cdot 10^{-4}}{22{,}4} = 8200{,}45 \cdot 10^{-4} \approx 8{,}2 \cdot 10^{-1}\ m = 82\ cm$

Zadanie 9.

Promień światła monochromatycznego biegnie w powietrzu i pada na brzeg szklanego krążka w punkcie A. Kąt padania w punkcie A jest równy α, a kąt załamania tego promienia jest równy β. Część promienia, która wniknęła do szkła w punkcie A, pada dalej na brzeg krążka w punkcie D. Na rysunku 1. (poniżej) oraz na rysunku 2. (na stronie 23) przedstawiono bieg promienia tylko do punktu D, przy czym pominięto część promienia odbitą w punkcie A. Kreskami przerywanymi oznaczono odcinki pomocnicze. Punkt O jest środkiem krążka.

Rysunek 1.



Zadanie 9.1. (0–3)

Część promienia AD, która pada na brzeg krążka od strony szkła w punkcie D, odbija się z powrotem do szkła, a część tego promienia załamuje się i biegnie dalej w powietrzu. Kąty: padania, załamania i odbicia promienia AD w punkcie D, oznaczymy – odpowiednio – jako: γ_{pad}, $\gamma_{\text{zał}}$, γ_{odb}.

9.1.
0–1–2–3

<u>Narysuj</u> na rysunku 1. dalszy bieg promienia załamanego i odbitego w punkcie D. <u>Oznacz</u> łukami i <u>podpisz</u> w odpowiednich miejscach kąty: $\gamma_{\text{zał}}$, γ_{odb}, a następnie określ relacje między miarami odpowiednich kątów – <u>wpisz</u> w każde wykropkowane miejsce odpowiedni znak wybrany spośród: >, =, <.

γ_{pad} = γ_{odb} $\qquad$ γ_{pad} < $\gamma_{\text{zał}}$ $\qquad$ $\gamma_{\text{zał}}$ = α

Zadanie 9.2. (0–3)

Na rysunku 2. odcinek AC jest geometrycznym przedłużeniem promienia padającego na krążek. Długości odcinków oznaczonych na rysunku 2. wynoszą (w zaokrągleniu):

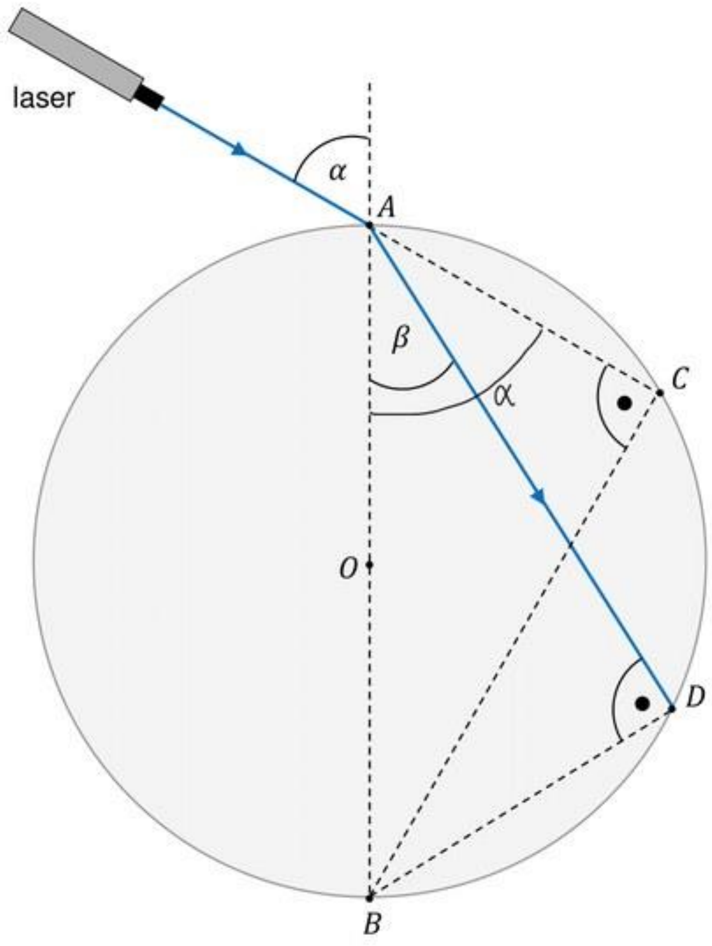
$|AB| \approx 9{,}0$ cm $\quad |AC| \approx 4{,}5$ cm $\quad |AD| \approx 7{,}7$ cm $\quad |BC| \approx 7{,}8$ cm $\quad |BD| \approx 4{,}8$ cm

Przyjmij, że wartość prędkości światła w powietrzu jest równa wartości prędkości światła w próżni.

Oblicz wartość prędkości światła w szkle, z którego jest wykonany krążek. Zapisz obliczenia. Wykorzystaj niektóre z podanych długości odcinków. Wynik podaj zaokrąglony do dwóch cyfr znaczących.

9.2.
0–1–2–3

Rysunek 2.



Korzystam ze wzoru na załamanie fali: $\boxed{\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{V_1}{V_2}}$, $V_1 = c$

Korzystam z tw. sinusów

$$\frac{|BC|}{\sin\alpha} = \frac{|BD|}{\sin\beta} = |AB|$$

$$\sin\alpha = \frac{|BC|}{|AB|}, \quad \sin\beta = \frac{|BD|}{|AB|}$$

Podstawiam do wzoru:

$$\frac{|BC|}{\cancel{|AB|}} \cdot \frac{|AB|}{|BD|} = \frac{c}{V_2}$$

$$V_2 = \frac{|BD|}{|BC|} \cdot c$$

$$V_2 = \frac{4{,}8}{7{,}8} \cdot 3 \cdot 10^8 \cong 1{,}85 \cdot 10^8 \, \frac{m}{s}$$

Zadanie 10.

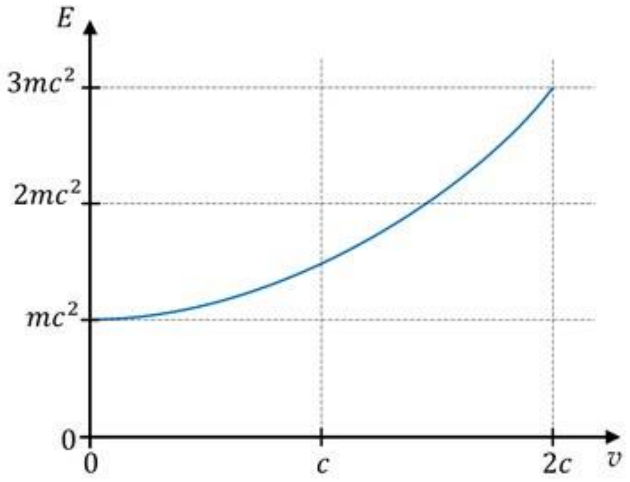
Elektron o prędkości początkowej równej zero został rozpędzony w polu elektrycznym o napięciu U do prędkości o wartości v. Energia kinetyczna, którą uzyskał elektron, była dwa razy większa od jego energii spoczynkowej.

10.1.
0–1

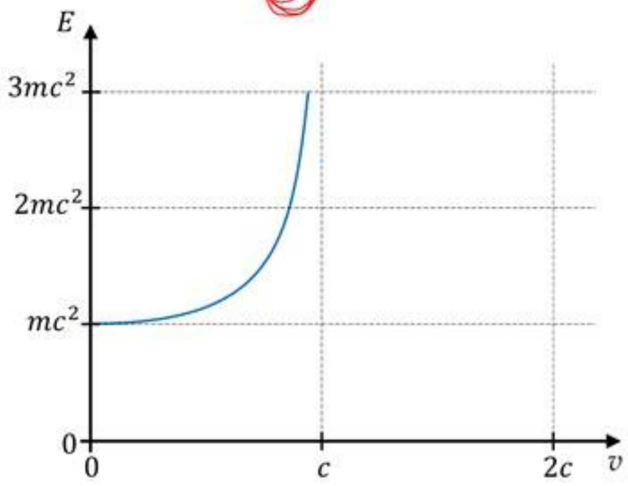
Zadanie 10.1. (0–1)

Na którym wykresie (spośród A–D) prawidłowo przedstawiono zależność <u>energii całkowitej</u> E (sumy energii kinetycznej i spoczynkowej) elektronu od jego prędkości? Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

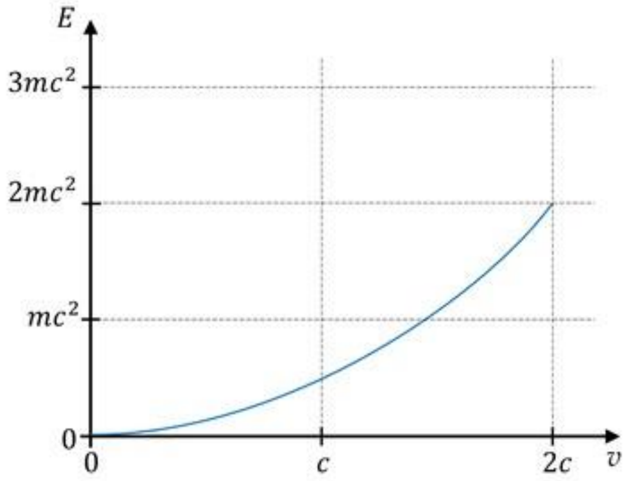
A.



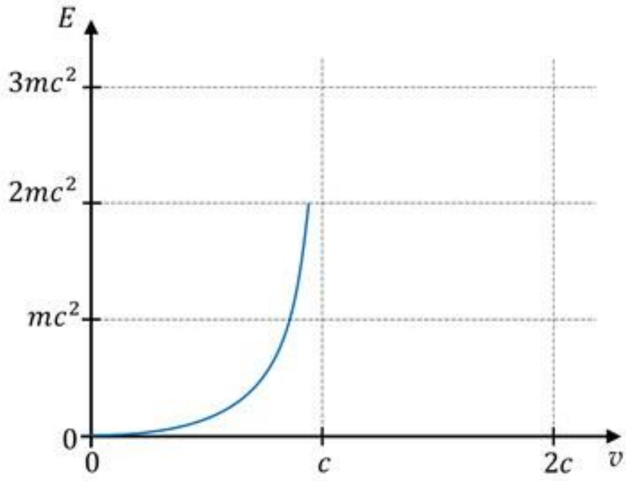
B.



C.



D.



Zadanie 10.2. (0–3)

10.2. 0–1–2–3

Oblicz iloraz $\frac{v}{c}$, gdzie c jest wartością prędkości światła w próżni. Zapisz obliczenia. Wynik podaj zaokrąglony do dwóch cyfr znaczących.

Energia całkowita wyraża się wzorem

$$\boxed{E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}}$$

Z treści polecenia wiemy, że $E = 3mc^2$

$$3mc^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \quad | : mc^2 \quad | ()^{-1}$$

$$\frac{1}{3} = \sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} \quad | ()^2$$

$$\frac{1}{9} = 1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2$$

$$\left(\frac{v}{c}\right)^2 = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} \quad | ()^{-1}$$

$$\frac{v}{c} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \approx 0{,}94$$

Zadanie 10.3. (0–1)

Energia spoczynkowa elektronu jest równa (w zaokrągleniu) $E_0 \approx 5{,}1 \cdot 10^5$ eV.

Dokończ zdanie. Wpisz właściwą liczbę w wykropkowanym miejscu.

10.3. 0–1

Napięcie U pola elektrycznego, w którym został rozpędzony elektron, wynosi $1{,}02 \cdot 10^6$ V.

Brudnopis

$$U = \frac{W}{q} = \frac{2E_0}{e} = 2 \cdot 5{,}1 \cdot 10^5\ V = 10{,}2 \cdot 10^5\ V = 1{,}02 \cdot 10^6\ V$$

Zadanie 11.3. (0–3)

Masa jądra izotopu ^{277}Cn jest równa

$$m_{Cn} = 460{,}138\,852 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}$$

Oblicz najmniejszą energię, którą należałoby dostarczyć do jądra ^{277}Cn, aby rozbić je na oddzielne (tzn. nieoddziałujące ze sobą) nukleony. Zapisz obliczenia. Wynik podaj zaokrąglony do trzech cyfr znaczących.

11.3. 0–1–2–3

Aby rozbić atom na nukleony należy zerwać wiązania między nimi.

Energia wiązania związana jest z defektem masy

$\boxed{\Delta E = \Delta m c^2}$

$\Delta m = (277-112)m_n + 112 m_p - m_{Cn} = 165 m_n + 112 m_p - m_{Cn}$

$m_p = 1{,}672\,622 \cdot 10^{-27}$ kg $\qquad m_n = 1{,}674\,927 \cdot 10^{-27}$ kg

$\Delta m = (276{,}363 + 187{,}334 - 460{,}139) \cdot 10^{-27}$ kg $= 5{,}558 \cdot 10^{-27}$ kg

$E = 5{,}558 \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 9 \cdot 5{,}558 \cdot 10^{-27} \cdot 10^{16} = 32{,}022 \cdot 10^{-11}$

$\approx 3{,}20 \cdot 10^{-10}$ J