

Miejsce
na naklejkę

MFA-R1 1P-082

EGZAMIN MATURALNY Z FIZYKI I ASTRONOMII

MAJ
ROK 2008

POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy 150 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 12 stron (zadania 1–5). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania i odpowiedzi zapisz w wyznaczonym miejscu na to przeznaczonym przy każdym zadaniu.
3. W rozwiązaniach zadań rachunkowych przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku oraz pamiętaj o jednostkach.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Podczas egzaminu możesz korzystać z karty wybranych wzorów i stałych fizycznych, linijki oraz kalkulatora.
8. Na karcie odpowiedzi wpisz swoją datę urodzenia i PESEL. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



Za rozwiązanie
wszystkich zadań
można otrzymać
łącznie
60 punktów

Życzymy powodzenia!

Wypełnia zdający przed
rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

PESEL ZDAJĄCEGO

--	--	--

KOD
ZDAJĄCEGO

Rozwiązanie zadań należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 1. Beczka (12 pkt)

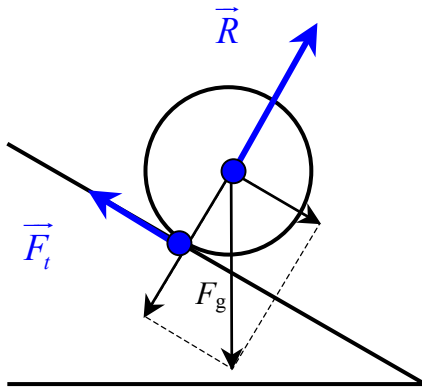
Do hurtowni chemicznej przywieziono transport blaszanych beczek z gipsem. W celu wyładowania beczek z samochodu położono pochylnię, tworząc w ten sposób równię pochyłą. Wysokość, z jakiej beczki staczały się swobodnie bez poślizgu wynosiła 100 cm. Beczki były ściśle wypełnione gipsem, który nie mógł się przemieszczać, i miały kształt walca o średnicy 40 cm. Masa gipsu wynosiła 100 kg.

W obliczeniach przyjmij wartość przyspieszenia ziemskiego równą 10 m/s^2 , a beczkę potraktuj jak jednorodny walec. Masę blachy, z której wykonano beczkę pomini.

Moment bezwładności walca, obracającego się wokół osi prostopadłej do podstawy walca i przechodzącej przez jej środek, jest równy $I = \frac{1}{2} mr^2$.

Zadanie 1.1 (2 pkt)

Uzupełnij rysunek o pozostałe siły działające na beczkę podczas jej swobodnego staczania. Zapisz ich nazwy.



\vec{R} – siła reakcji

\vec{F}_t – siła tarcia

Zadanie 1.2 (2 pkt)

Oblicz wartość siły nacisku beczki na równię podczas staczania, jeżeli kąt nachylenia pochylni do poziomu wynosi 30° .

$$\cos \alpha = \frac{F_n}{F_g} \quad i \quad F_g = m \cdot g$$

	$\alpha = 30^\circ$	$\alpha = 60^\circ$
$\sin \alpha$	0,50	0,87
$\cos \alpha$	0,87	0,50
$\text{tg } \alpha$	0,58	1,73
$\text{ctg } \alpha$	1,73	0,58

Siła nacisku $F_n = m \cdot g \cdot \cos \alpha$

$$F_n = 100 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,87$$

$$F_n \approx 870 \text{ N}$$

Zadanie 1.3 (4 pkt)

Wykaż, że wartość prędkości liniowej beczki po stoczeniu się z pochylni jest równa $3,65 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

$$m \cdot g \cdot h = \frac{I \cdot \omega^2}{2} + \frac{m \cdot v^2}{2} \text{ gdzie: } v = \omega \cdot r \text{ oraz } I = \frac{1}{2} m r^2$$

Zatem po podstawieniu:

$$m \cdot g \cdot h = \frac{m \cdot r^2 \omega^2}{4} + \frac{m \cdot v^2}{2} \quad g \cdot h = \frac{3v^2}{4}$$

$$v = 2 \sqrt{\frac{g \cdot h}{3}}$$

$$v = 2 \sqrt{\frac{10 \text{m/s}^2 \cdot 1 \text{m}}{3}} \quad v = 3,65 \text{m/s}$$

Zadanie 1.4 (2 pkt)

Oblicz, korzystając ze związku pomiędzy energią i pracą, zasięg toczenia się beczki po poziomej trawiastej powierzchni. Przyjmij, że podczas toczenia się beczki po trawie działa na nią stała siła oporu o wartości 50 N, a wartość prędkości liniowej beczki po stoczeniu się z pochylni jest równa $3,65 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

$F \cdot s = m \cdot g \cdot h$, gdzie F oznacza siłę oporu

Zatem:

$$s = \frac{m \cdot g \cdot h}{F} \quad s = \frac{100 \text{kg} \cdot 10 \text{m/s}^2 \cdot 1 \text{m}}{50 \text{N}} \rightarrow s = 20 \text{m}$$

Zadanie 1.5 (2 pkt)

Wykaż, że zmiana zawartości beczki z gipsu na cement (o innej niż gips masie), również ściśle wypełniającej beczkę, nie spowoduje zmiany wartości przyspieszenia kąowego, z jakim obraca się beczka wokół osi prostopadłej do podstawy beczki i przechodzącej przez jej środek.

Moment siły \vec{M} jest funkcją ciężaru beczki i jest wprost proporcjonalny do masy ($M \sim m$).

Moment bezwładności walca I jest wprost proporcjonalny do masy ($I \sim m$).

Ponieważ $\varepsilon = \frac{M}{I}$ zatem wartość przyspieszenia kąowego ε nie zależy od masy.

Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	1.1.	1.2.	1.3.	1.4.	1.5.
	Maks. liczba pkt	2	2	4	2	2
	Uzyskana liczba pkt					

Zadanie 2. Temperatura odczuwalna (12 pkt)

Przebywanie w mroźne dni na otwartej przestrzeni może powodować szybką utratę ciepła z organizmu, szczególnie z nieosłoniętych części ciała. Jeżeli dodatkowo wieje wiatr, wychłodzenie następuje szybciej, tak jak gdyby panowała niższa niż w rzeczywistości temperatura, zwana dalej *temperaturą odczuwalną*. W poniższej tabeli przedstawiono wartości rzeczywistych oraz odczuwalnych temperatur dla różnych wartości prędkości wiatru.

Prędkość wiatru w km/h	Rzeczywista temperatura w °C							
	- 10	- 15	- 20	- 25	- 30	- 35	- 40	- 45
	Temperatura odczuwalna w °C							
10	- 15	- 20	- 25	- 30	- 35	- 40	- 45	- 50
20	- 20	- 25	- 35	- 40	- 45	- 50	- 55	- 60
30	- 25	- 30	- 40	- 45	- 50	- 60	- 65	- 70
40	- 30	- 35	- 45	- 50	- 60	- 65	- 70	- 75
50	- 35	- 40	- 50	- 55	- 65	- 70	- 75	- 80

Na podstawie: <http://www.if.pw.edu.pl/~meteo/meteoopis.htm> oraz www.r-p-r.co.uk

Zadanie 2.1 (1 pkt)

Odczytaj z tabeli i zapisz, jaką temperaturę będą odczuwać w bezwietrzny dzień uczestnicy kuligu jadącego z prędkością o wartości 20 km/h (co jest równoważne wiatrowi wiejącemu z prędkością o wartości 20 km/h), jeżeli rzeczywista temperatura powietrza wynosi -15°C .

W opisanej sytuacji temperatura odczuwalna wynosi -25°C .

Informacja do zadania 2.2 i 2.3

Za niebezpieczną temperaturę dla odkrytych części ludzkiego ciała uważa się temperaturę odczuwalną równą -60°C i niższą.

Zadanie 2.2 (2 pkt)

Podaj, przy jakich **wartościach** prędkości wiatru rzeczywista temperatura powietrza równa -30°C jest niebezpieczna dla odkrytych części ciała stojącego człowieka.

W sytuacji opisanej w zadaniu temperatura powietrza będzie niebezpieczna dla odkrytych części ludzkiego ciała przy prędkości wiatru wynoszącej 40 km/h lub więcej.

Zadanie 2.3 (2 pkt)

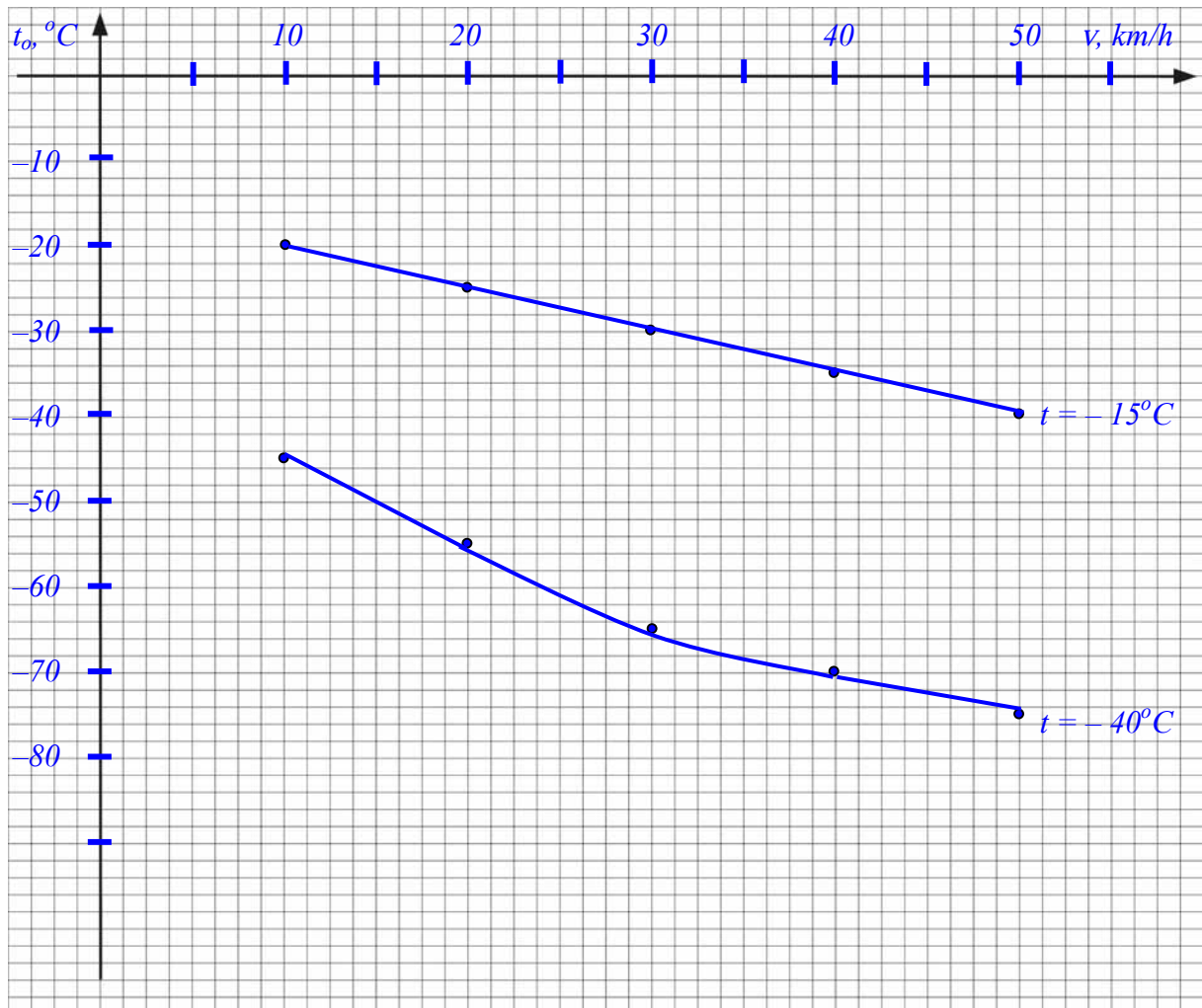
Analizując tabelę i **wykonując oraz zapisując konieczne obliczenia**, oszacuj minimalną wartość prędkości wiatru w temperaturze rzeczywistej równej -40°C , przy której odczuwalna temperatura zaczyna być niebezpieczna dla stojącego człowieka.

Z tabeli wynika, że dla temperatury rzeczywistej równej -40°C temperatura odczuwalna staje się niebezpieczna dla stojącego człowieka przy prędkościach wiatru o wartości pomiędzy 20 km/h a 30 km/h. Wartość tej prędkości można oszacować, np.:

$$v = \frac{20\text{km/h} + 30\text{km/h}}{2} = 25\text{km/h}$$

Zadanie 2.4 (5 pkt)

Naszkiuj w jednym układzie współrzędnych wykresy zależności temperatury odczuwalnej od wartości prędkości wiatru dla temperatury rzeczywistej -15°C oraz -40°C . Oznacz oba wykresy.



Zadanie 2.5 (2 pkt)

Przy braku wiatru temperatura odczuwalna może być nieco wyższa niż rzeczywista, jeśli człowiek nie wykonuje żadnych ruchów. Wyjaśnij tę pozorną sprzeczność. Uwzględnij fakt, że ludzkie ciało emituje ciepło.

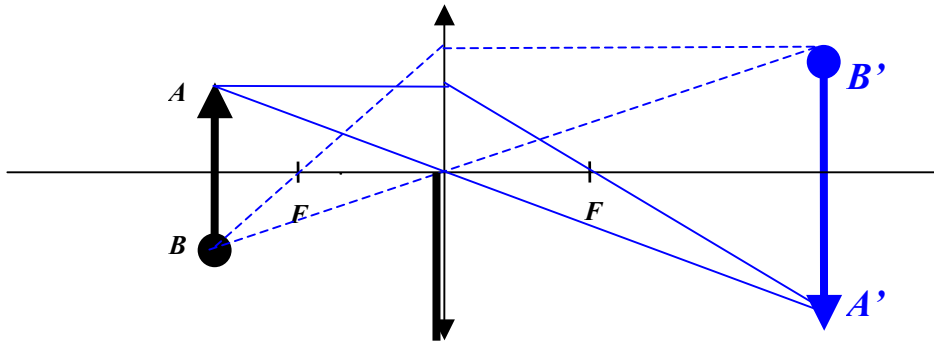
Ciało ludzkie emituje do otoczenia ciepło, ogrzewając otaczające człowieka powietrze.

Jeśli nie ma wiatru lub człowiek nie wykonuje żadnych ruchów temperatura odczuwalna jest wyższa niż rzeczywista, gdyż w bezpośrednim otoczeniu człowieka temperatura powietrza jest wyższa.

Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	2.1.	2.2.	2.3.	2.4.	2.5.
	Maks. liczba pkt	1	2	2	5	2
	Uzyskana liczba pkt					

Zadanie 3. Soczewki (12 pkt)**Zadanie 3.1 (2 pkt)**

Na rysunku poniżej przedstawiono świecący przedmiot **A-B** i soczewkę skupiającą, której dolną część zasłonięto nieprzezroczystą przesłoną. Uzupełnij rysunek, rysując bieg promieni pozwalający na **pełną konstrukcję** obrazu **A'-B'**.

**Zadanie 3.2 (4 pkt)**

Wykaż, wykonując odpowiednie obliczenia, że przy stałej odległości przedmiotu i ekranu $l = x + y$, spełniającej warunek $l > 4f$, istnieją dwa różne położenia soczewki pozwalające uzyskać ostre obrazy.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \text{ oraz } l = x + y \rightarrow x = l - y \text{ zatem po podstawieniu:}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{l-y} + \frac{1}{y} \rightarrow \frac{1}{f} = \frac{l}{(l-y) \cdot y}$$

Po przekształceniu otrzymuję:

$$y^2 - ly + l \cdot f = 0$$

Równanie kwadratowe ma dwa różne rozwiązania (y_1 oraz y_2), gdy $\Delta > 0$.

$\Delta = l^2 - 4l \cdot f$ zatem musi być spełniony warunek $l \cdot (l - 4f) > 0$, który sprowadza się do warunku $(l - 4f) > 0$, ponieważ zgodnie z treścią zadania $l > 0$.

Zatem $l > 4f$

Informacja do zadania 3.3 i 3.4

Zdolność skupiającą układu dwóch soczewek umieszczonych obok siebie można dokładnie obliczać ze wzoru

$$(1) \quad Z = Z_1 + Z_2 - d \cdot Z_1 \cdot Z_2 \quad \text{gdzie } d - \text{odległość między soczewkami.}$$

Dla dwóch soczewek położonych blisko siebie można zastosować uproszczony wzór

$$(2) \quad Z = Z_1 + Z_2$$

Zadanie 3.3 (2 pkt)

W pewnym doświadczeniu użyto dwóch jednakowych soczewek o zdolnościach skupiających równych 20 dioptrii każda i umieszczonych w odległości 10 cm od siebie.

Wykaż, że jeżeli na układ soczewek, wzdłuż głównej osi optycznej, skierowano równoległą wiązkę światła, to średnica wiązki po przejściu przez układ soczewek nie uległa zmianie.

$$Z = Z_1 + Z_2 - d \cdot Z_1 \cdot Z_2$$

Po podstawieniu danych liczbowych:

$$Z = 20 \frac{1}{\text{m}} + 20 \frac{1}{\text{m}} - 0,1\text{m} \cdot 20 \frac{1}{\text{m}} \cdot 20 \frac{1}{\text{m}}$$

$$Z = 0 \frac{1}{\text{m}}, \text{ zatem układ soczewek nie zmienia biegu wiązki światła.}$$

Zadanie 3.4 (4 pkt)

Dwie jednakowe soczewki o zdolnościach skupiających 10 dioptrii każda umieszczono w powietrzu w odległości 1 cm od siebie.

Oszacuj bezwzględną (ΔZ) i względną ($\Delta Z/Z$) różnicę, jaką uzyskamy, stosując do obliczenia zdolności skupiającej układu soczewek uproszczony wzór (2) zamiast wzoru (1) w opisanej sytuacji.

$$|\Delta Z| = |Z - Z'|, \text{ gdzie } Z = Z_1 + Z_2 - d \cdot Z_1 \cdot Z_2 \text{ oraz } Z' = Z_1 + Z_2$$

$$Z = Z_1 + Z_2 - d \cdot Z_1 \cdot Z_2$$

$$Z' = Z_1 + Z_2$$

$$Z = 10 \frac{1}{\text{m}} + 10 \frac{1}{\text{m}} - 0,01\text{m} \cdot 10 \frac{1}{\text{m}} \cdot 10 \frac{1}{\text{m}}$$

$$Z' = 10 \frac{1}{\text{m}} + 10 \frac{1}{\text{m}}$$

$$Z = 19 \frac{1}{\text{m}}$$

$$Z' = 20 \frac{1}{\text{m}}$$

Różnica bezwzględna:

Różnica względna:

$$|\Delta Z| = \left| 19 \frac{1}{\text{m}} - 20 \frac{1}{\text{m}} \right| \quad |\Delta Z| = 1 \frac{1}{\text{m}} \quad \left| \frac{\Delta Z}{Z} \right| = \frac{1 \frac{1}{\text{m}}}{19 \frac{1}{\text{m}}} \quad \left| \frac{\Delta Z}{Z} \right| = \frac{1}{19}$$

Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	3.1.	3.2.	3.3.	3.4.
	Maks. liczba pkt	2	4	2	4
	Uzyskana liczba pkt				

Zadanie 4. Żarówka (12 pkt)

Opór elektryczny włókna pewnej żarówki w temperaturze 0°C wynosi $88,1\ \Omega$. Żarówkę dołączono do źródła prądu przemiennego o napięciu skutecznym $230\ \text{V}$. Podczas świecenia przez żarówkę płynął prąd o natężeniu skutecznym $261\ \text{mA}$, a opór włókna żarówki wskutek wzrostu temperatury wzrósł **dziesięciokrotnie**.

Opór elektryczny włókna zmienia się wraz ze wzrostem temperatury zgodnie z zależnością

$$R = R_0(1 + \alpha \cdot \Delta T) \quad \text{gdzie: } R_0 \text{ – opór w temperaturze } 0^{\circ}\text{C},$$

$$\alpha \text{ – temperaturowy współczynnik wzrostu oporu,}$$

$$\text{dla włókna tej żarówki jest równy } 5 \cdot 10^{-3}\ \text{K}^{-1},$$

$$\Delta T \text{ – przyrost temperatury włókna żarówki.}$$

Zadanie 4.1 (2 pkt)

Oblicz moc pobieraną przez świecącą żarówkę.

$$P = U_{sk} \cdot I_{sk}$$

$$P = 230\text{V} \cdot 0,261\text{A}$$

$$P \approx 60\text{W}$$

Zadanie 4.2 (2 pkt)

Oblicz natężenie skuteczne prądu w żarówce podczas włączania zasilania, **gdy temperatura włókna wynosi 0°C** .

$$I_{sk} = \frac{U_{sk}}{R}$$

$$I_{sk} = \frac{230\text{V}}{88,1\Omega}$$

$$I_{sk} = 2,61\text{A}$$

Zadanie 4.3 (2 pkt)

Oblicz przyrost temperatury włókna żarówki po włączeniu żarówki i rozgrzaniu się włókna.

$$R = R_0(1 + \alpha \cdot \Delta T), \text{ stąd } \Delta T = \frac{R - R_0}{\alpha \cdot R_0}$$

Po wybraniu właściwych danych i podstawieniu otrzymuję:

$$\Delta T = \frac{881\Omega - 88,1\Omega}{5 \cdot 10^{-3}\ \text{K}^{-1} \cdot 88,1\Omega}$$

$$\Delta T = 1800\text{K}$$

Zadanie 4.4 (2 pkt)

Do włókna świecącej żarówki zbliżono biegun N silnego magnesu.

Zapisz, jak zachowa się włókno żarówki po zbliżeniu magnesu, gdy żarówka jest zasilana napięciem przemiennym, a jak, gdy jest zasilana napięciem stałym.

Gdy do włókna świecącej żarówki, zasilanej napięciem przemiennym, zbliżymy biegun silnego magnesu włókno będzie drgać.

Gdy do włókna świecącej żarówki, zasilanej napięciem stałym, zbliżymy biegun silnego magnesu włókno odchyli się.

Zadanie 4.5 (2 pkt)

Oblicz długość drutu wolframowego, z którego wykonano włókno żarówki, jeśli wiadomo, że pole powierzchni przekroju poprzecznego drutu wynosi $8 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2$, a opór właściwy wolframu w temperaturze 0°C jest równy $5 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$.

$$R = \rho \frac{l}{S}, \text{ zatem } l = \frac{R \cdot S}{\rho}$$

Po podstawieniu danych liczbowych otrzymuję:

$$l = \frac{881 \Omega \cdot 8 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2}{5 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}}$$

$$l \approx 0,14 \text{ m}$$

Zadanie 4.6 (2 pkt)

Wyjaśnij, dlaczego temperaturowy współczynnik wzrostu oporu α dla metali ma wartość dodatnią, a dla półprzewodników ma wartość ujemną.

Dla metali, w których występuje gaz elektronowy (duża liczba swobodnych elektronów) wzrost temperatury powoduje wzrost drgań sieci krystalicznej, co utrudnia przepływ prądu elektrycznego (powoduje zwiększenie oporu elektrycznego).

Dla półprzewodników wzrost temperatury również powoduje wzrost drgań sieci krystalicznej, ale jednocześnie powoduje zwiększenie liczby nośników (dziur lub elektronów), co pociąga za sobą wzrost natężenia prądu czyli zmniejszenie oporu.

Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	4.1.	4.2.	4.3.	4.4.	4.5.	4.6.
	Maks. liczba pkt	2	2	2	2	2	2
	Uzyskana liczba pkt						

Zadanie 5. Asteroida Apophis (12 pkt)

Amerykańska agencja kosmiczna (NASA) przygotowuje plany umożliwiające lądowanie na asteroidzie. NASA chce sprawdzić, czy jest możliwa zmiana kursu takiego ciała w przypadku, gdyby zmierzało ono w kierunku Ziemi. Naszej planecie może w 2029 roku zagrozić stosunkowo niewielka asteroida Apophis o masie $8 \cdot 10^{10}$ kg. Astronomowie oceniają, że asteroida mija naszą planetę w niewielkiej odległości raz na 1500 lat. Podczas jednego obiegu wokół Słońca orbita Apophis dwukrotnie przecina się z orbitą Ziemi. Najbliższe zbliżenie do Ziemi nastąpi w piątek 13 kwietnia 2029 roku. Astronomowie szacują, że wartość prędkości asteroidy względem Ziemi w momencie potencjalnego zderzenia będzie wynosiła około 13 km/s.

Na podstawie:

<http://neo.jpl.nasa.gov/news/news146.html>

http://en.wikipedia.org/wiki/99942_Apophis

Zadanie 5.1 (1 pkt)

Oszacuj wartość przyspieszenia grawitacyjnego na powierzchni asteroidy. W obliczeniach przyjmij, że asteroida jest jednorodną kulą.

$$m \cdot a = G \frac{M \cdot m}{R^2} \quad \text{gdzie} \quad R = \frac{d}{2}$$

Po uproszczeniu i przekształceniu:

$$a = \frac{4G \cdot M}{d^2}$$

$$a = \frac{4 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot 8 \cdot 10^{10} \text{kg}}{(390\text{m})^2}$$

$$a = 1,4 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Zadanie 5.2 (3 pkt)

Podaj, w którym położeniu (peryhelium czy aphelium) wartość prędkości obiegu asteroidy wokół Słońca jest najmniejsza. Odpowiedź uzasadnij, odwołując się do odpowiedniego prawa i podając jego treść.

Wartość prędkości liniowej obiegu asteroidy wokół Słońca jest najmniejsza w aphelium.

Wynika to z II prawa Keplera.

Promień wodzący poprowadzony ze środka Słońca do środka asteroidy zakreśla równe pola powierzchni w jednakowych odstępach czasu.

Asteroida Apophis	
Średnia odległość od Słońca	0,922 AU
Mimośród orbity	0,191
Peryhelium	0,746 AU
Aphelium	1,098 AU
Nachylenie orbity względem ekliptyki	3,333°
Średnica asteroidy	390 m

Zadanie 5.3 (3 pkt)

Oszacuj okres obiegu asteroidy wokół Słońca. Wynik podaj w dniach ziemskich. Podczas obliczeń przyjmij, że asteroida porusza się po orbicie kołowej, rok ziemski trwa 365 dni, a średnia odległość Ziemi od Słońca jest równa 1 AU (1 AU = 15·10¹⁰ m).

$$\frac{T_Z^2}{R_Z^3} = \frac{T_A^2}{R_A^3} \rightarrow T_A = T_Z \sqrt{\left(\frac{R_A}{R_Z}\right)^3}$$

$$T_A = 365 \sqrt{\left(\frac{0,922}{1}\right)^3}$$

$$T_A \approx 323 \text{ dni}$$

Zadanie 5.4 (2 pkt)

Wykaż, że wartość pierwszej prędkości kosmicznej dla **asteroidy Apophis** wynosi około 0,165 m/s.

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{R}} \quad \text{gdzie } R = \frac{d}{2}$$

$$v = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot 8 \cdot 10^{10} \text{ kg}}{\frac{390 \text{ m}}{2}}}$$

$$v = 0,165 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Zadanie 5.5 (3 pkt)

Oblicz maksymalną energię, jaka może wydzielć się w momencie zderzenia asteroidy z powierzchnią Ziemi. Wyraż tę energię w megatonach (MT), przyjmując, że 1 MT ≈ 4·10¹⁵ J.

$$Q = E_k \quad Q = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

$$Q = \frac{8 \cdot 10^{10} \text{ kg} \cdot \left(13 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2}$$

$$Q = 676 \cdot 10^{18} \text{ J}$$

$$Q = 1690 \text{ MT}$$

Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	5.1.	5.2.	5.3.	5.4.	5.5.
	Maks. liczba pkt	1	3	3	2	3
	Uzyskana liczba pkt					

BRUDNOPIS